

Дробные итерации функций.

10 августа 2011 г.

9. Линеаризация функции в окрестности неподвижной точки. Комплексная динамика

Для домашнего размышления

Пусть $f(0) = 0$, $f'(0) = k \neq 0$. Нас интересует, когда функцию $f(x)$ можно сопрячь с функцией $k \cdot x$ в окрестности нуля. Очень часто коммутирующие функции являются дробными итерациями друг друга.

1. Пусть f аналитична и $|k| \neq 1$. Тогда существует аналитическая G такая, что $f(x) = G(kG^{-1}(x))$. Пусть $k^n = 1$. Приведите пример аналитической функции f , не сопряженной с линейной в окрестности 0 для любого целого n .
2. Пусть k не есть корень из единицы. Тогда f сопряжена линейной как формальный степенной ряд.
3. Покажите, что при некотором k этот ряд может расходиться.
4. Докажите, что для некоторых k таких что $|k| = 1$ функция f все же всегда сопряжена линейной если она аналитична.