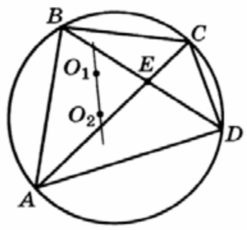
Задача 1. Квадратный трехчлен $f(x) = x^2 + px + q$ таков, что $|f(0)| < 800$, $f(120)$ – простое число. Докажите, что у него не может быть двух целых корней.

Задача 2. На доске 2011×2011 отмечены несколько клеток. Известно, что для любой прямой, проходящей по линии сетки, выполняется условие: в одной из двух образовавшихся частей окажется не менее 2011 отмеченных клеток. Какое наименьшее количество клеток могло быть отмечено?

Задача 3. Известно, что в некоторой конечной последовательности действительных чисел сумма любых 7 идущих подряд членов последовательности отрицательна, а сумма любых 11 идущих подряд членов последовательности положительна. Какое наибольшее количество членов может иметь такая последовательность?

Задача 4. Натуральные числа p и q таковы, что $p \geq q$. У Васи есть pq палочек, из которых он может составить p q-угольников. Докажите, что из этих же палочек Вася сможет составить q p-угольников.

Задача 5. Пусть B_0 — середина стороны AC треугольника ABC. Проведем из середины отрезка AB_0 перпендикуляр к стороне BC, а из середины отрезка B_0C перпендикуляр к стороне AB. Обозначим точку пересечения этих перпендикуляров через B'. Аналогично построим точки C и A'. Докажите, что треугольники $A'B'C$ и ABC подобны.



Задача 6. Диагонали вписанного четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке E (см. рис.). Пусть O_1 — центр окружности, вписанной в треугольник ABC, а O_2 — центр окружности, вписанной в треугольник ABD. Докажите, что прямая O_1O_2 отсекает от треугольника AEB равнобедренный треугольник.

Задача 7. Пусть x и y – рациональные числа, удовлетворяющие равенству $x^5 + y^5 = 2x^2y^2$. Докажите, что число $1 - xy$ является квадратом рационального числа.

Задача 8. Витя и Арина играют в игру. Арина выкладывает в ряд в некотором порядке 100 карточек, на которых написаны все натуральные числа от 1 до 100. Затем ходят по очереди: Витя делает некоторую перестановку трех произвольных карточек, а Арина меняет местами две карточки. Витя хочет добиться, чтобы какие-нибудь пять карточек лежали в ряду на своих местах, а Арина стремится этому помешать. Кто из них сможет выиграть, независимо от того, как будет играть соперник?

Задача 9. Известно, что $2 \leq x \leq 3$, $2 \leq y \leq 3$. Найдите наибольшее значение выражения $(x-y)^2 + (3-x)^2 + (3-y)^2$.

Задача 10. В стране 210 городов и совсем нет дорог. Король хочет построить несколько дорог с односторонним движением так, чтобы для любых трех городов A, B и C, между которыми будут дороги, ведущие из A в B и из B в C, не было бы дороги, ведущей из A в C. Какое наибольшее количество дорог он сможет построить?