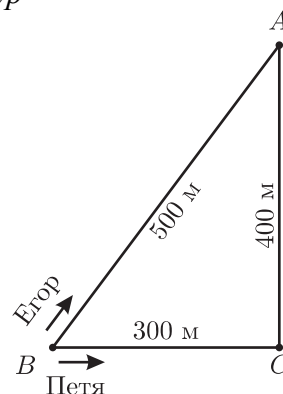


7 класс

Задача 1

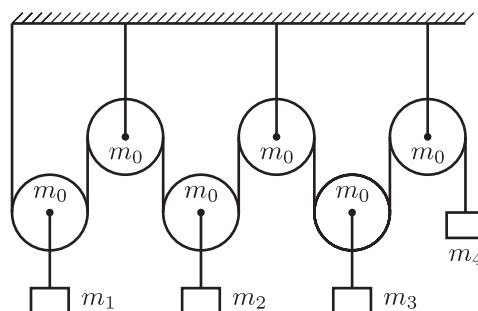
Два друга – Егор и Петя – устроили гонки на велосипедах вокруг квартала в дачном поселке (см. рисунок). Стартовав одновременно из точки B в разные стороны, Егор – вдоль улицы BA , Петя – вдоль улиц BC и CA , друзья встретились через 4 минуты в точке A и продолжили гонки с постоянными по модулю скоростями, объезжая квартал раз за разом в противоположных направлениях. Через какое минимальное время после этой встречи они снова окажутся вместе в точке A ?



Ответ: Минимальное время до повторной встречи в точке A составляет 48 минут = 0,8 часа.

Задача 2

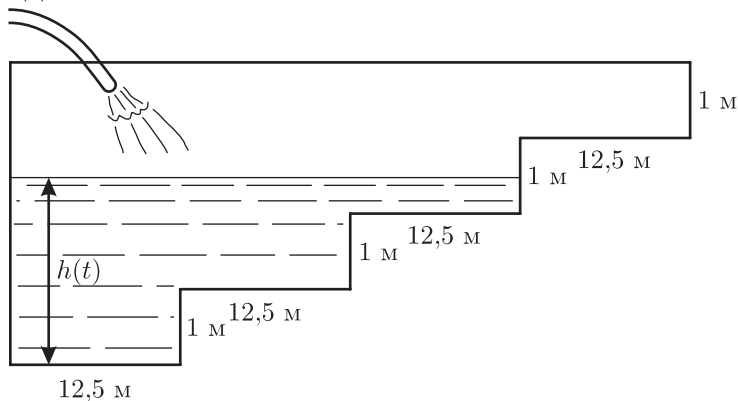
В системе, изображенной на рисунке, масса самого правого груза равна $m_4 = 1$ кг, а массы всех блоков одинаковы и равны $m_0 = 300$ г. Система уравновешена и неподвижна. Найдите массы грузов m_1 , m_2 и m_3 . Массой троса и трением в блоках пренебречь.



Ответ: $m_1 = m_2 = m_3 = 2m_4 - m_0 = 1,7$ кг.

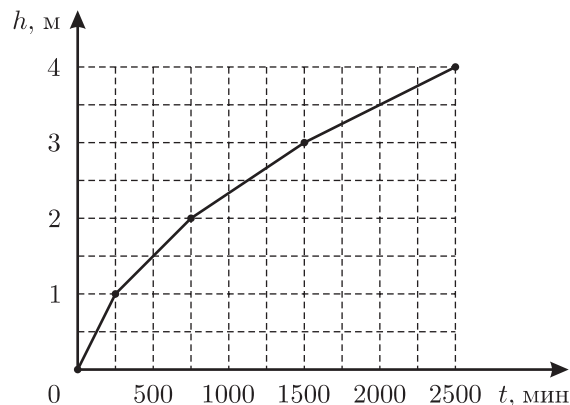
Задача 3

Пятидесятиметровый бассейн шириной 20 м имеет профиль дна, показанный на рисунке: через каждые 12,5 м глубина бассейна увеличивается на 1 м. Пустой бассейн начинают заполнять водой, наливая ее со скоростью 1000 литров в минуту. Построить график зависимости высоты h уровня воды над самой глубокой частью дна бассейна от времени t и определить, через какое время бассейн заполнится водой доверху.



Решение

Ответ: См. график; бассейн заполнится водой доверху за 2500 минут = 41 час 40 минут.



Задача 4

У школьника Андрея есть стеклянная пробирка массой $M = 80$ г и вместительностью $V = 60$ мл. Он опустил пробирку в цилиндрический сосуд с водой и постепенно насыпал на дно пробирки песок до тех пор, пока она не погрузилась в воду по горлышко (см. рисунок). Затем Андрей измерил массу песка, находившегося в пробирке в этот момент, и она оказалась равной $m = 12$ г. Внутренний радиус сосуда, в который опущена пробирка, равен $R = 5$ см. Плотность воды равна $\rho_v = 1$ г/см³. Определите по этим данным плотность стекла пробирки и вычислите, на сколько поднялся уровень воды в сосуде в результате погружения пробирки в воду.



Ответ: $\rho_{ст} = M\rho_v / (M + m - \rho_v V) = 2,5$ г/см³, $\Delta h = (M + m) / (\rho_v \pi R^2) \approx 1,17$ см.

8 класс

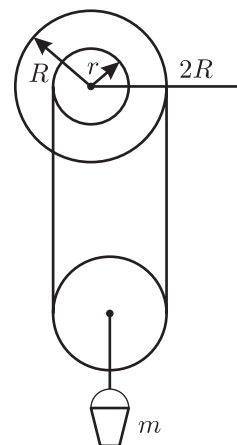
Задача 1

По прямой реке с постоянной скоростью $u = 5$ м/с плывет баржа длиной $L = 100$ м. На корме баржи стоит матрос. Он начинает ходить по барже от кормы к носу и обратно. Вперед он идет с постоянной относительно баржи скоростью $v_1 = 1$ м/с, а назад – с постоянной относительно баржи скоростью $v_2 = 2$ м/с. Какой путь пройдет матрос относительно берега реки, если пройдет по барже туда и обратно $n = 10$ раз?

Ответ: матрос пройдет относительно берега реки путь $s = nLu \frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2} = 7500$ м.

Задача 2

Так называемый «китайский ворот» представляет собой два цилиндрических вала радиусами r и R , насаженных на общую ось, закрепленную горизонтально (на рисунке показан вид сбоку). На валы в противоположных направлениях намотана веревка, на которой висит подвижный блок такого радиуса, что свободные участки веревки практически вертикальны. К оси блока прикреплен груз массой m . Ворот снабжен ручкой, конец которой находится на расстоянии $2R$ от оси ворота.



1) Ворот вращают за ручку так, что он делает n оборотов в секунду. С какой скоростью при этом движется груз, если веревка нигде не проскальзывает?

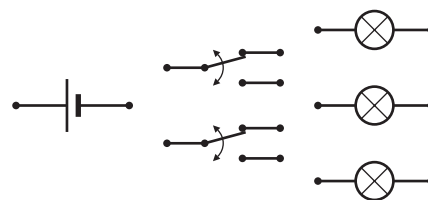
2) Какую силу необходимо прикладывать к концу ручки ворота для того, чтобы равномерно поднимать груз, если веревка и блок очень легкие, а трения нет?

Ответ: 1) При вращении ручки ворота с частотой n оборотов в секунду груз движется со скоростью $v = n\pi(R - r)$.

2) Для того, чтобы равномерно поднимать груз, к концу ручки ворота необходимо прикладывать силу $F = \frac{mg(R - r)}{4R}$.

Задача 3

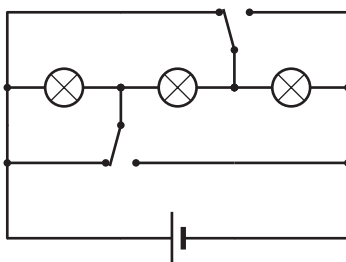
Нарисовать схему, состоящую из батарейки, двух переключателей и трех лампочек (см. рисунок) и имеющую при различных положениях переключателей следующие режимы работы:



- 1) Горит первая лампа.
- 2) Горит вторая лампа.
- 3) Горит третья лампа.
- 4) Горят все три лампы.

В последнем случае каждая из ламп должна гореть так же ярко, как и тогда, когда она горит одна.

Решение



Ответ: Возможная схема включения лампочек изображена на рисунке.

Задача 4

Школьник Петя на каникулах залил с дедушкой каток на даче площадью около 100 м^2 . После морозов началась оттепель с дождем и снегом, а потом снова ударили морозы -10°С . Приехав в субботу на дачу, Петя обнаружил, что примерно 5% площади катка покрылось «грибами» из льда – наростами толщиной около 1 см и площадью примерно 100 см^2 . Пете очень хотелось покататься на коньках, и он решил выровнять каток, «выгладив» его горячим утюгом. Примерно сколько времени понадобится для этого, и успеет ли Петя покататься в воскресенье? Мощность утюга – 2 кВт, удельная теплоемкость льда $C_{\text{л}} = 2,1 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot^\circ\text{С})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 340 \text{ Дж}/\text{г}$, удельная теплоемкость воды $C_{\text{в}} = 4,2 \text{ Дж}/(\text{г}\cdot^\circ\text{С})$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 0,9 \text{ г}/\text{см}^3$. Можно считать, что каждый «гриб» достаточно разгладить до высоты 1 мм, при разглаживании вода нагревается до $+50^\circ\text{С}$, потери теплоты на нагревание окружающего утюг воздуха малы, а потери времени на распределение воды по достаточной площади льда и на переход к следующему «грибу» составляют около 20 секунд.

Ответ: на «выглаживание» катка уйдет примерно 6 часов, так что Петя в воскресенье сможет покататься.

9 класс

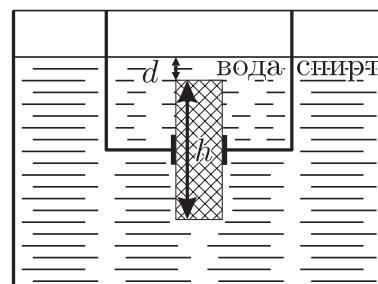
Задача 1

Оцените, на какой широте φ наблюдатель не сможет видеть ни одного спутника Земли, находящегося на геостационарной орбите, то есть как бы «висящего» над одной точкой земной поверхности. Радиус Земли равен R_3 , ускорение свободного падения на поверхности Земли – g , период обращения (сутки) – T .

Ответ: $\varphi > \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{4\pi^2 R_3}{gT^2}}\right)$.

Задача 2

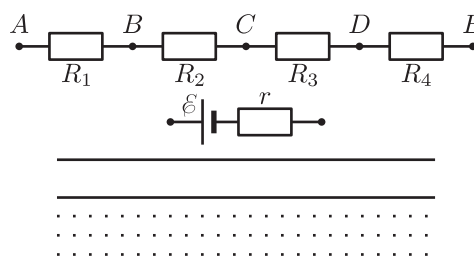
Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра $h = 21$ см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится вода, в большом – спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м³, плотность спирта $\rho_с = 790$ кг/м³, плотность цилиндра $\rho = 600$ кг/м³.



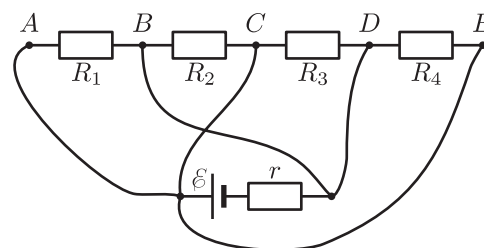
Ответ: $d = \frac{\rho_с - \rho}{\rho_в - \rho_с} h = 19$ см.

Задача 3

Резисторы сопротивлениями $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 40$ Ом и $R_4 = 80$ Ом припаяны к клеммам A, B, C, D и E так, как показано на рисунке. Имеется источник тока с ЭДС $\mathcal{E} = 12$ В и внутренним сопротивлением $r = 5$ Ом, а также много соединительных проводов малого сопротивления, которые можно подключать к источнику и к любой из клемм. Как нужно соединить источник и резисторы, чтобы общая тепловая мощность, выделяющаяся на резисторах, была максимальной? Чему равна эта мощность?



Ответ: Когда все резисторы соединены параллельно (см. рисунок), так что их общее сопротивление близко к r , тепловая мощность максимальна и равна $N_{\max} \approx 7,19$ Вт.



Задача 4

Палка, стоящая вертикально на горизонтальной площадке, освещаемой солнечным светом, имеет высоту $h = 1,2$ м и отбрасывает тень длиной $L = 0,9$ м. Палку начинают медленно наклонять в направлении отбрасываемой ею тени, так, что ее нижний конец не сдвигается с места. Длина тени при этом до определенного момента увеличивается, а потом начинает уменьшаться. Чему была равна максимальная длина тени от палки?

Ответ: $L_{\max} = \sqrt{L^2 + h^2} = 1,5$ м.

10 класс

Задача 1

Удав решил установить мировой рекорд в прыжках в высоту среди удавов. Удав может из положения «свернувшись лежа» выпрямиться почти вертикально и разогнаться до скорости V . Длина Удава L . Каким может быть рекорд? Как должен двигаться Удав, чтобы установить рекорд? Масса Удава распределена равномерно по его длине.

Ответ: Удав на максимальной высоте должен сложиться пополам так, чтобы его середина оказалась над планкой, а голова и хвост свешивались вниз. Рекордная высота равна $\frac{3L}{4} + \frac{V^2}{2g}$.

Задача 2

Автомобиль с задними ведущими колесами въезжает вверх по прямолинейному участку дороги, образующему с горизонтом угол α , и останавливается. Через некоторое время после этого водитель резко нажимает на газ и одновременно отпускает тормоз. С каким максимальным ускорением может начать двигаться автомобиль, если коэффициент трения его колес о дорогу равен μ , а мощность двигателя достаточно велика? Центр тяжести автомобиля находится на расстоянии h от дороги посередине между колесами, расстояние между осями передних и задних колес равно $2L$.

Ответ: $a = \left(\frac{\mu L \cos \alpha}{2L - \mu h} - \sin \alpha \right) g$, при условии $L > \mu h$.

Задача 3

Горизонтальная платформа, на которую положили без начальной скорости груз массой m , совершает f раз в секунду такие колебания: сначала она движется вправо с постоянным ускорением a , потом мгновенно останавливается и возвращается в начальное положение с постоянным ускорением $a/2$. Коэффициент трения между грузом и платформой равен $\mu < 1$, ускорение $a \gg g$, частота $f \gg 1$ Гц. В каком направлении, и по какому закону будет двигаться груз, и будет ли он вообще двигаться? Считать, что скорость движения груза всегда много меньше максимальной скорости движения платформы.

Ответ: груз будет двигаться влево со средним ускорением, равным по модулю $|\bar{a}| = \mu g \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$.

Задача 4

В цилиндрический стакан объемом $V = 200$ мл и сечением $S = 20$ см², стоящий на столе при комнатной температуре $T_k = 20$ °С, положили кусок льда массой $m = 100$ г, находящийся при температуре $T_0 = 0$ °С, и накрыли стакан плотно прилегающей крышкой. Оцените силу, которая потребуется, чтобы оторвать крышку от стакана сразу после того, как лед растает. Считайте, что теплота поступает в стакан только снизу, крышку отрывают сразу по всему периметру, атмосферное давление $p_a = 10^5$ Па, плотность льда $\rho_l = 900$ кг/м³, плотность воды $\rho_b = 1000$ кг/м³.

Ответ: Сила, которая потребуется, чтобы оторвать крышку от стакана сразу после того, как лед растает, примерно равна $F = p_a S \left(1 - \frac{\rho_b T_0 (\rho_l V - m)}{\rho_l T_k (\rho_b V - m)} \right) \approx 32$ Н.

Задача 5

Пять сторон правильного шестиугольника образованы одинаковыми диэлектрическими равномерно заряженными палочками. При этом в точке O , находящейся в центре шестиугольника, потенциал данной системы зарядов равен φ_0 , а напряженность электрического поля равна \vec{E}_0 . Найдите, какими станут потенциал φ и напряженность электрического поля \vec{E} в точке O , если убрать одну из заряженных палочек.

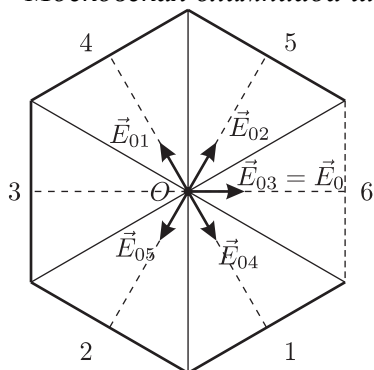


Рисунок 1

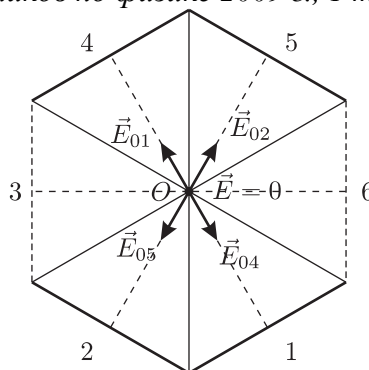


Рисунок 2а

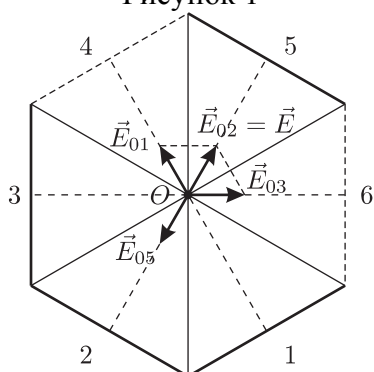


Рисунок 2б

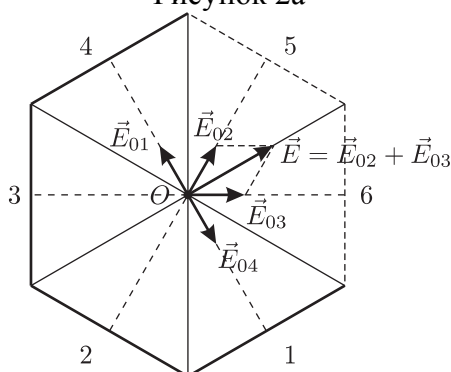


Рисунок 2в

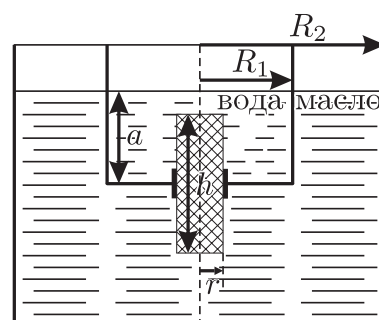
Ответ: $\varphi = \frac{4}{5}\varphi_0$ при удалении любой из палочек. \vec{E} зависит от того, какую палочку

удаляют (см. рисунки 2а, 2б, 2в): если удалить палочку 3, то $\vec{E} = 0$; если удалить палочку 2 или 4, то $|\vec{E}| = |\vec{E}_0|$, а вектор \vec{E} повернут относительно вектора \vec{E}_0 на угол 60° ; если удалить палочку 1 или 5, то $|\vec{E}| = \sqrt{3}|\vec{E}_0|$, а вектор \vec{E} повернут относительно вектора \vec{E}_0 на угол 30° .

11 класс

Задача 1

Один цилиндрический сосуд радиусом R_1 удерживают внутри другого, радиусом R_2 , так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие со втулкой, в которое вставлен деревянный цилиндр радиусом r и высотой $h = 21$ см; он может перемещаться относительно втулки без трения только по вертикали. В малый сосуд налита вода до уровня $a = 30$ см, а в большой – масло, и при этом цилиндр покоится. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, плотность масла $\rho_{\text{м}} = 790$ кг/м³, плотность цилиндра $\rho = 600$ кг/м³. Какая часть объема цилиндра находится в воде, а какая – в масле? При каком соотношении между $\rho_{\text{в}}$, $\rho_{\text{м}}$, r , R_1 и R_2 равновесие цилиндра будет устойчивым, то есть при его смещении вверх или вниз будут возникать силы, стремящиеся вернуть его обратно, к положению равновесия?



Ответ: В воде находится часть объема цилиндра, равная $n = \frac{a}{h} - \frac{\rho_{\text{м}} - \rho}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{м}}} = \frac{11}{21}$, а в масле –

часть объема, равная $1 - n = \frac{10}{21}$. Равновесие будет устойчивым, если $\rho_{\text{м}} \frac{R_2^2 - R_1^2 + r^2}{R_2^2 - R_1^2} > \rho_{\text{в}} \frac{R_1^2 - r^2}{R_1^2}$.

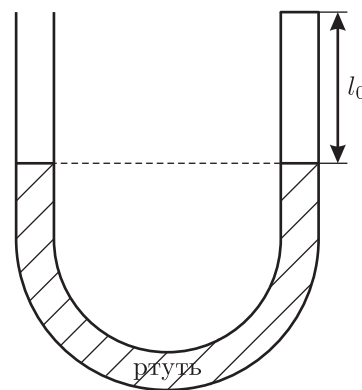
Задача 2

Один из концов U-образной трубки постоянного сечения, заполненной ртутью, наглухо закрыли (см. рисунок). Воздух в закрытом конце трубки стали медленно нагревать, измеряя зависимость его давления p от температуры T . Как оказалось, эта зависимость в начале нагревания приближенно является линейной:

$$p \approx p_0 \left[1 + \alpha \left(\frac{T - T_0}{T_0} \right) \right], \text{ где } p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.} - \text{атмосферное давление,}$$

T_0 – абсолютная температура окружающей среды, $\alpha = 0,5$. Найдите высоту l_0 столба воздуха в закрытом конце трубки в начале процесса.

Плотность ртути $\rho = 13,6 \text{ г/см}^3$.



Ответ: $l_0 = \frac{h_0}{2(\alpha^{-1} - 1)} = 380 \text{ мм, где } h_0 = \frac{p_0}{\rho g} = 760 \text{ мм.}$

Задача 3

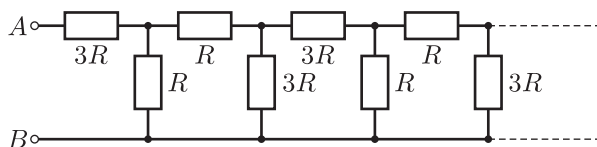
Три прилегающие друг к другу грани кубика заряжены равномерно с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$, а остальные грани – с плотностью заряда $-\sigma$. Найти напряженность \vec{E} электрического поля в центре кубика.

Ответ: $|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\sqrt{3}\epsilon_0}$, вектор \vec{E} направлен вдоль пространственной диагонали кубика от его

положительно заряженного «угла» к отрицательно заряженному.

Задача 4

Бесконечная цепочка из одинаковых звеньев состоит из резисторов сопротивлениями $3R$ и R , соединенных, как показано на рисунке. Найти ее сопротивление R_{AB} между входными контактами A и B .



Ответ: $R_{AB} = (1,3 + \sqrt{5,89})R \approx 3,73 R$.

Задача 5

Тонкая плосковогнутая рассеивающая линза прижата плоскостью к торцу цилиндрической трубки. В трубку вставлена плосковыпуклая собирающая линза так, что главные оптические оси линз совпадают с осью трубки, а собирающая линза обращена плоской стороной к рассеивающей. Собирающую линзу можно перемещать вдоль оси трубки. Если на первую линзу вдоль оси направить узкий параллельный пучок света, то при некотором расстоянии между линзами из системы выйдет также параллельный пучок. Если же пространство между линзами заполнено жидкостью, то для получения параллельного пучка расстояние между линзами необходимо увеличить в 1,5 раза. Найти показатель преломления жидкости.

Ответ: $n_{ж} = 1,5$.