

8 класс

Задача 1

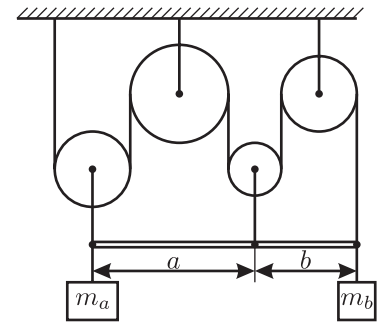
Вова решил прокатить Машу на мотоцикле из Липовки в Демушкино. На пути из Липовки в Демушкино находится деревня Малиновка. Спустя $t_1 = 8$ мин. после выезда из Липовки Маша спросила: «Какой путь мы проехали?». Вова ответил: «Вдвое меньше, чем отсюда до Малиновки». Когда они проехали еще $L = 14$ км, Маша спросила: «Сколько нам еще ехать до Демушкино?». Вова ответил: «Вдвое больше, чем отсюда до Малиновки». Спустя $t_2 = 12$ мин. после этого они прибыли в Демушкино. Найдите скорость мотоцикла, считая ее постоянной и меньшей 60 км/час.

Ответ: $v = \frac{2L}{4t_1 + t_2} \approx 38$ км/час.

Задача 2

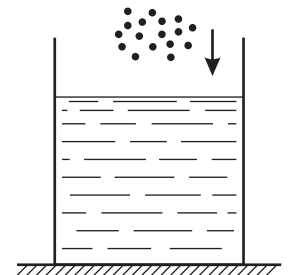
Изображенная на рисунке система из рычага и блоков находится в равновесии. Точки подвеса делят рычаг в отношении $a : b$. Найдите отношение масс грузов $m_a : m_b$, пренебрегая массами рычага, блоков и веревок, а также трением.

Ответ: $\frac{m_a}{m_b} = \frac{2a + 4b}{3a + b}$.

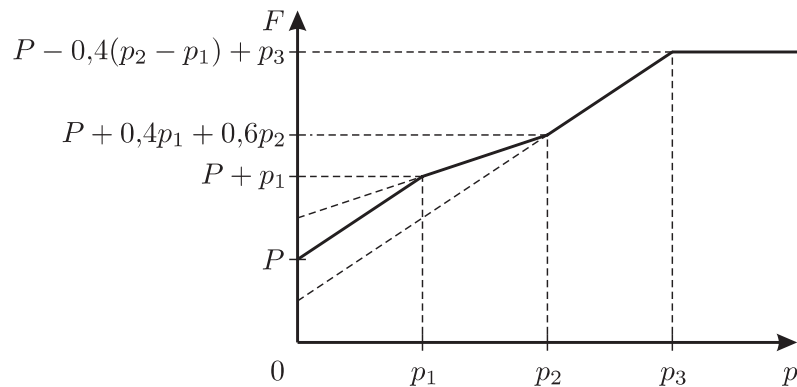


Задача 3

На столе стоит цилиндрический стакан с водой (см. рисунок). В его середину начинают медленно насыпать мелкие стеклянные шарики. Процесс насыпания продолжается до тех пор, пока некоторое количество шариков не высыпется из стакана. Нарисовать и пояснить, не проводя детальных расчетов, график зависимости суммарной силы F давления на дно стакана от веса p уже насыпанных шариков, если вес воды, заполнявшей стакан вначале примерно на $3/4$ высоты, был равен P , плотность стекла приблизительно в 2,5 раза больше плотности воды, а трением можно пренебречь.



Ответ: Примерный вид графика зависимости $F(p)$ изображен на рисунке. Конкретные значения p_1 , p_2 и p_3 зависят от плотности «упаковки» насыпанных шариков.



Задача 4

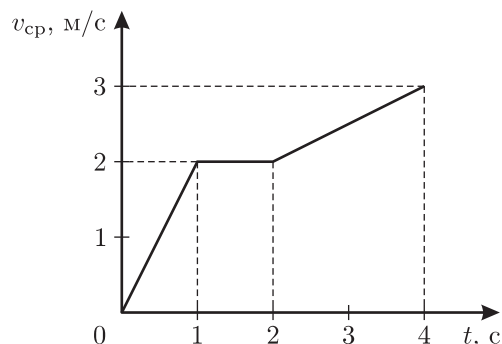
В трех калориметрах находится по $M = 20$ г воды одинаковой температуры. В калориметры погружают льдинки, также имевшие одинаковые температуры (но другие): в первый – льдинку массой $m_1 = 10$ г, во второй – массой $m_2 = 20$ г, в третий – массой $m_3 = 40$ г. Когда в калориметрах установилось равновесие, оказалось, что масса первой льдинки стала равной $m'_1 = 9$ г, а масса второй льдинки осталась прежней. Какой стала масса третьей льдинки m'_3 ?

Ответ: $m'_3 = m_3 + \frac{m_3 - m_2}{m_2 - m_1}(m_1 - m'_1) = 42$ г.

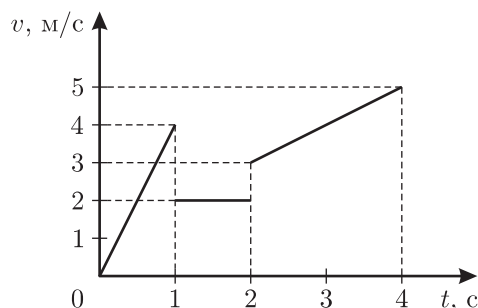
9 класс

Задача 1

Тело движется по прямой в одном направлении. В каждый момент времени вычисляется средняя скорость движения тела за время от начального до текущего момента. На рисунке приведен график зависимости вычисленной таким образом средней скорости тела v_{cp} от времени t . Постройте график зависимости мгновенной скорости тела от времени.

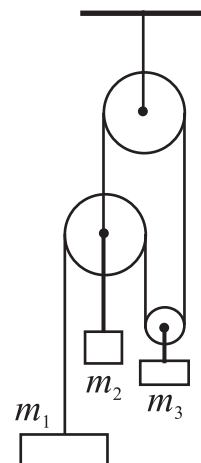


Ответ: График зависимости мгновенной скорости тела от времени приведен на рисунке.



Задача 2

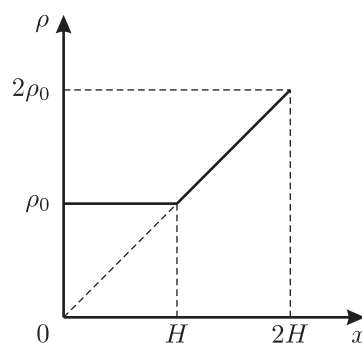
В системе, показанной на рисунке, неподвижный блок прикреплен к потолку комнаты, а все грузы удерживают неподвижными так, чтобы отрезки легкой нерастяжимой нити, не лежащие на блоках, были вертикальны. Грузы массами m_2 и m_3 подвешены к осям блоков на жестких легких стержнях. Все блоки легкие и могут вращаться вокруг своих осей без трения. Определите ускорение груза массой m_2 после одновременного отпускания всех грузов. Ускорение свободного падения равно g .



Ответ: ускорение второго груза \vec{a}_2 направлено вниз и по величине равно $a_2 = \frac{3m_1m_3 + 4m_1m_2 + m_2m_3}{m_1m_3 + 4m_1m_2 + m_2m_3} g$, что превышает ускорение свободного падения g .

Задача 3

В широком сосуде глубиной $2H$ находится жидкость, плотность ρ которой зависит от глубины x так, как показано на рисунке (величина ρ_0 известна). В сосуд аккуратно опускают плоскую шайбу высотой $h < H$ и плотностью ρ_1 . Найти, на какую глубину будет погружено нижнее основание шайбы после установления ее равновесия. Считать, что основания шайбы все время остаются горизонтальными, а слой жидкости при погружении шайбы не перемешиваются.



ОТВЕТ:

$$y = \frac{\rho_1 h}{\rho_0} \text{ при } \rho_1 < \rho_0;$$

$$h \leq y \leq H \text{ при } \rho_1 = \rho_0;$$

$$y = H + \sqrt{2hH \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} - 1 \right)} \text{ при } \rho_0 < \rho_1 \leq \rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H} \right);$$

$$y = \frac{\rho_1 H}{\rho_0} + \frac{h}{2} \text{ при } \rho_0 \left(1 + \frac{h}{2H} \right) < \rho_1 \leq \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H} \right);$$

$$y = 2H \text{ при } \rho_1 > \rho_0 \left(2 - \frac{h}{2H} \right).$$

Задача 4

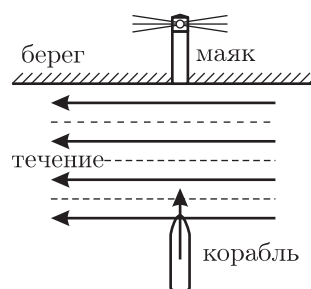
Школьницы Марина и Карина проводили опыты по нагреванию двух одинаковых банок с водой массой $m = 0,5$ кг с помощью двух одинаковых кипятильников. Марина подключила свой кипятильник к источнику напряжения $U_1 = 220$ В, Карина – к источнику напряжения $U_2 = 127$ В. Банка Карины через достаточно большое время нагрелась только до температуры $t_0 = 50$ °С. Нагревшись до температуры $t_0 = 50$ °С за гораздо меньшее время, банка Марины продолжала нагреваться со скоростью $v = 0,1$ °С/сек. Какие мощности P_1 и P_2 развивали кипятильники Марины и Карины при работе? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°С), теплоемкостями кипятильников и банок можно пренебречь.

Ответ: $P_1 = \frac{cmvU_1^2}{U_1^2 - U_2^2} \approx 315$ Вт, $P_2 = \frac{cmvU_2^2}{U_1^2 - U_2^2} \approx 105$ Вт.

10 класс

Задача 1

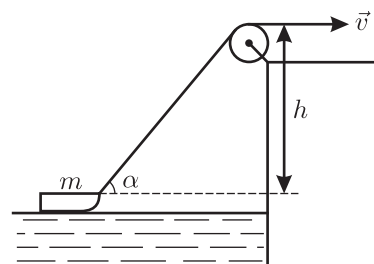
Капитан корабля заметил строго на севере береговой маяк и приказал держать курс на него. В этот момент расстояние до берега было равно $S = 30$ км. Корабль движется относительно воды со скоростью $v = 15$ км/ч и в каждый момент времени держит курс на маяк. Экипаж не знает о присутствии в море западного течения, скорость которого во всех точках одинакова и равна $u = 5$ км/ч. За какое время t корабль доплывёт до маяка? За какое время он доплыл бы до маяка, двигаясь по кратчайшей траектории?



Ответ: $t = \frac{vS}{v^2 - u^2} = 2,25$ часа; $t_s = \frac{S}{\sqrt{v^2 - u^2}} \approx 2,12$ часа.

Задача 2

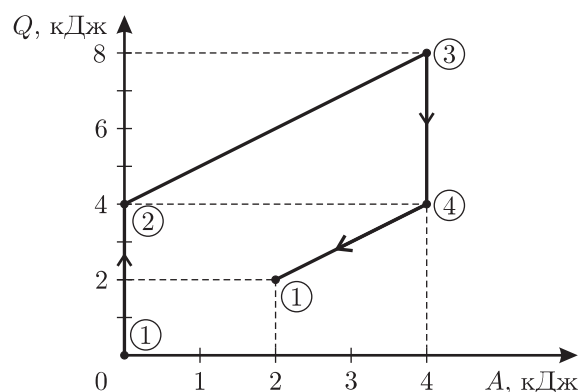
Лодку массой m подтягивают к берегу за верёвку так, как показано на рисунке. Берег выше уровня воды на величину h . При этом горизонтальный участок верёвки движется равномерно со скоростью v , а на лодку действует со стороны воды сила сопротивления, пропорциональная скорости лодки: $\vec{F} = -\gamma\vec{u}$. В некоторый момент верёвка образует угол α с горизонтом. Найдите силу натяжения верёвки в этот момент. Массой верёвки и трением в блоке пренебречь.



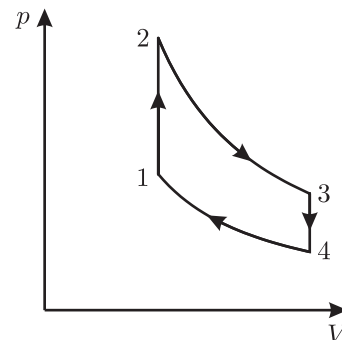
Ответ: $T = \frac{mv^2 \operatorname{tg}^3 \alpha}{h \cos \alpha} + \frac{\gamma v}{\cos^2 \alpha}$, задача имеет решение при $\frac{mv^2 \operatorname{tg}^3 \alpha}{h \cos \alpha} + \frac{\gamma v}{\cos^2 \alpha} < \frac{mg}{\sin \alpha}$.

Задача 3

На рисунке изображен график циклического равновесного процесса, проводимого над одним молем идеального одноатомного газа. По горизонтали отложена работа, совершенная газом с момента начала процесса, по вертикали – количество теплоты, полученное газом. Изобразите график процесса в (pV) -координатах и определите отношение максимальной температуры газа к его минимальной температуре.



Ответ: График процесса изображен на рисунке (процессы 2–3 и 4–1 изотермические); отношение максимальной температуры газа к его минимальной температуре равно двум.



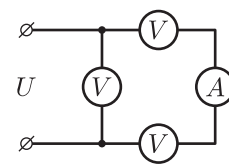
Задача 4

Тонкое проволочное кольцо разорвалось, когда нанесенный на него заряд превысил q . Какой заряд можно нанести на второе кольцо, радиус которого в n раз больше, а прочность проволоки на разрыв в k раз выше, чем у проволоки первого кольца, чтобы второе кольцо не разорвалось?

Ответ: $q_2 \leq qn\sqrt{k}$.

Задача 5

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, все вольтметры одинаковы. Вольтметр, подключенный параллельно источнику напряжения, показывает $U_1 = 4,5$ В, два других вольтметра $U_2 = 2$ В, амперметр – $I = 5$ мА. Во втором опыте такие же вольтметр и амперметр соединили последовательно и подключили к тому же источнику. Что они покажут? Внутренним сопротивлением источника можно пренебречь.



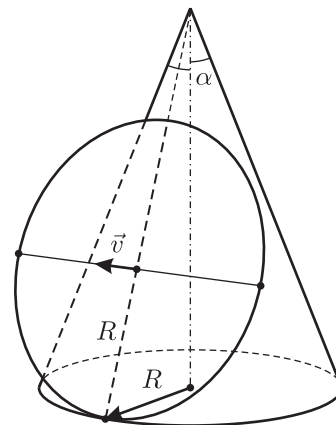
Ответ: Показания приборов во втором опыте будут $U_V = \frac{U_1 U_2}{U_1 - U_2} = 3,6$ В и

$$I_A = I \frac{U_1}{U_1 - U_2} = 9 \text{ мА}.$$

11 класс

Задача 1

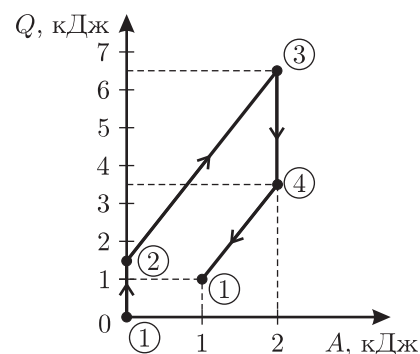
Тонкий диск катится по горизонтальной плоскости без скольжения, опираясь в каждый момент времени по диаметру своего основания на гладкую боковую поверхность прямого кругового конуса, стоящего на этой плоскости. Угол при вершине конуса равен 2α , радиус основания конуса равен радиусу диска (см. рисунок). Определить скорости крайних точек горизонтального диаметра диска, если его центр движется со скоростью v . Есть ли на диске точки, движущиеся с большей скоростью, чем крайние точки горизонтального диаметра?



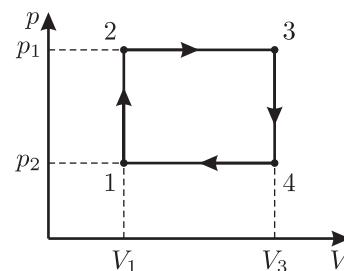
Ответ: Скорости крайних точек горизонтального диаметра диска по модулю равны $v\sqrt{\frac{3-\sin\alpha}{1-\sin\alpha}}$ и наклонены к этому диаметру под углом $\beta = \arctg\sqrt{\frac{2}{1-\sin\alpha}}$ в плоскости, проходящей через данный диаметр перпендикулярно мгновенной оси вращения диска, которая проходит через точку касания диска с горизонтальной плоскостью и точку пересечения вертикальной оси конуса с главной осью симметрии диска. На краю диска есть точки, движущиеся с большей скоростью; они расположены на концах горизонтальных хорд, проходящих выше центра диска.

Задача 2

На рисунке изображен график циклического равновесного процесса 1-2-3-4-1, проводимого над идеальным одноатомным газом в количестве $\nu = 0,5$ моль. По горизонтальной оси отложена работа A , совершенная газом с момента начала процесса, по вертикальной оси – полученное газом количество теплоты Q . Перерисуйте график в координатах «давление p – объем V » и определите КПД, а также максимальную и минимальную температуры газа в данном цикле.



Ответ: Рассматриваемый циклический процесс состоит из двух изохор и двух изобар (см. рисунок). КПД цикла $\eta = \frac{2}{13} \approx 15,4\%$, минимальная температура газа $T_{\min} = T_1 \approx 240$ К, максимальная температура газа $T_{\max} = T_3 \approx 960$ К.



Задача 3

Из тонкой жесткой проволоки изготовили кольцо радиусом R , которое закрепили так, чтобы его плоскость была горизонтальна. На кольцо нанесли заряд Q . На оси кольца на высоте h над ним удерживают маленький шарик массой m , имеющий одноименный с кольцом заряд q . Какую по модулю скорость надо сообщить шарику, толкнув его вверх, чтобы он, двигаясь по вертикали, пролетел в дальнейшем сквозь кольцо?

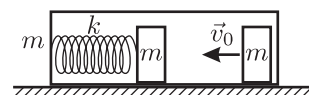
Ответ: Минимальная скорость шарика, при которой он долетит до центра кольца

$$V_{\min} = \begin{cases} \sqrt{2g(x_1 - h) + \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 m} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + x_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right)}, & \text{при } \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} > \frac{3\sqrt{3}}{2} mg, x_1 \leq h \leq x_2; \\ 0, & \text{при } \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} \leq \frac{3\sqrt{3}}{2} mg \text{ (для любого } h) \text{ и при } \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 R^2} > \frac{3\sqrt{3}}{2} mg \text{ для } h < x_1, h > x_2. \end{cases}$$

Здесь x_1 – меньший из корней уравнения $\frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{4\pi\epsilon_0 mg}{qQ}$, а x_2 – наибольший из корней уравнения $mgx + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{R^2 + x^2}} = mg \frac{R^2 + 2x^2}{x_1}$.

Задача 4

На гладком столе стоит коробка массой m (см. рисунок). В коробке находятся два бруска, масса каждого из которых также равна m . Трения в системе нет. Левый брусок соединен с коробкой легкой горизонтальной пружиной жесткостью k . Правому бруску сообщили скорость v_0 в направлении левого бруска. При столкновении бруски слипаются и движутся дальше, как одно целое. Найдите максимальную скорость коробки и максимальное сжатие пружины при дальнейшем движении.



Ответ: Максимальная скорость коробки при дальнейшем движении $v_{\max} = \frac{2v_0}{3}$,

максимальное сжатие пружины $x_{\max} = v_0 \sqrt{\frac{m}{6k}}$.

Задача 5

Оптическая система состоит из собирающей линзы с фокусным расстоянием F и зеркального шарика радиусом R , центр которого находится на главной оптической оси линзы на расстоянии d от нее. Определить расстояние a от линзы до точечного источника света S , расположенного на оптической оси системы, если изображение источника в данной системе совпадает с самим источником.

Ответ: При $d < F$ решений нет; при $F \leq d < R + F$ имеется одно решение: $a_1 = \frac{Fd}{d - F}$; при

$d \geq R + F$ имеются два решения: $a_1 = \frac{Fd}{d - F}$ и $a_2 = \frac{F(d - R)}{d - R - F}$.