

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап 11 класс 13.12.2009

Работа рассчитана на 240 минут

1. При каких значениях c числа $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ могут являться корнями квадратного уравнения $5x^2 - 3x + c = 0$ (α — некоторый угол)?
2. В футбольном турнире участвовало 20 команд (каждая сыграла с каждой по одному матчу). Могло ли в результате оказаться так, что каждая из команд-участниц выиграла столько же матчей, сколько сыграла вничью?
3. Укажите точки на поверхности куба, из которых диагональ куба видна под наименьшим углом.

4. Докажите, что если выражение $\frac{x}{x^2 + x + 1}$ принимает рациональное значение при некотором значении x , то и выражение $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ принимает рациональное значение при том же значении x .

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AD ; O — точка пересечения его диагоналей AC и BD является центром другой окружности, касающейся стороны BC . Из вершин B и C проведены касательные ко второй окружности, пересекающиеся в точке T . Докажите, что точка T лежит на отрезке AD .

6. Какое наименьшее количество трёхклеточных уголков можно разместить в квадрате 8×8 так, чтобы в этот квадрат больше нельзя было поместить ни одного такого уголка?

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады состоится 19 и 20 января 2010 года.

Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru>

LXXXIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 14 марта 2010 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>

Всероссийская олимпиада школьников по математике
III этап 11 класс 13.12.2009

Работа рассчитана на 240 минут

1. При каких значениях c числа $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ могут являться корнями квадратного уравнения $5x^2 - 3x + c = 0$ (α — некоторый угол)?
2. В футбольном турнире участвовало 20 команд (каждая сыграла с каждой по одному матчу). Могло ли в результате оказаться так, что каждая из команд-участниц выиграла столько же матчей, сколько сыграла вничью?
3. Укажите точки на поверхности куба, из которых диагональ куба видна под наименьшим углом.

4. Докажите, что если выражение $\frac{x}{x^2 + x + 1}$ принимает рациональное значение при некотором значении x , то и выражение $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ принимает рациональное значение при том же значении x .

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AD ; O — точка пересечения его диагоналей AC и BD является центром другой окружности, касающейся стороны BC . Из вершин B и C проведены касательные ко второй окружности, пересекающиеся в точке T . Докажите, что точка T лежит на отрезке AD .

6. Какое наименьшее количество трёхклеточных уголков можно разместить в квадрате 8×8 так, чтобы в этот квадрат больше нельзя было поместить ни одного такого уголка?

III (региональный) этап Всероссийской олимпиады состоится 19 и 20 января 2010 года.

Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru>

LXXXIII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 14 марта 2010 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>