

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап 10 класс 12.12.2010

Работа рассчитана на 240 минут

1. К каждой грани деревянного куба приклеили по такому же кубу. Объясните, как разделить получившееся тело на шесть равных частей.
2. Представьте выражение $(x^2 + 1)(x^2 + 4)$ в виде суммы квадратов двух многочленов с целыми коэффициентами.
3. График функции $y = x^2 + ax + b$ пересекает ось абсцисс в точках A и C , а ось ординат в точке B . Известно, что $A(1; 0)$. Найдите $\angle CBO$, где O — начало координат.
4. Некоторые клетки доски 8×8 покрашены в белый цвет, а остальные — в чёрный. Коля перекрашивает доску: за один ход он имеет право перекрасить в противоположный цвет «уголок» из трёх клеток. Докажите, что за несколько перекрашиваний Коля сможет сделать всю доску чёрной.
5. Из точки T провели к окружности касательную TA и секущую, пересекающую окружность в точках B и C . Биссектриса угла ATC пересекает хорды AB и AC в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PA = \sqrt{PB \cdot QC}$.
6. Найдите все такие пары чисел (p, q) , что каждое из уравнений $x^2 - px + q = 0$ и $x^2 - qx + p = 0$ имеет два различных натуральных корня.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru>

LXXIV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 13 марта 2011 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>

Всероссийская олимпиада школьников по математике
III этап 10 класс 12.12.2010

Работа рассчитана на 240 минут

1. К каждой грани деревянного куба приклеили по такому же кубу. Объясните, как разделить получившееся тело на шесть равных частей.
2. Представьте выражение $(x^2 + 1)(x^2 + 4)$ в виде суммы квадратов двух многочленов с целыми коэффициентами.
3. График функции $y = x^2 + ax + b$ пересекает ось абсцисс в точках A и C , а ось ординат в точке B . Известно, что $A(1; 0)$. Найдите $\angle CBO$, где O — начало координат.
4. Некоторые клетки доски 8×8 покрашены в белый цвет, а остальные — в чёрный. Коля перекрашивает доску: за один ход он имеет право перекрасить в противоположный цвет «уголок» из трёх клеток. Докажите, что за несколько перекрашиваний Коля сможет сделать всю доску чёрной.
5. Из точки T провели к окружности касательную TA и секущую, пересекающую окружность в точках B и C . Биссектриса угла ATC пересекает хорды AB и AC в точках P и Q соответственно. Докажите, что $PA = \sqrt{PB \cdot QC}$.
6. Найдите все такие пары чисел (p, q) , что каждое из уравнений $x^2 - px + q = 0$ и $x^2 - qx + p = 0$ имеет два различных натуральных корня.

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 25 и 26 января 2011 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru>

LXXIV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 13 марта 2011 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>