

Работа рассчитана на 240 минут

1. Вычислите:

$$\frac{(2001 \cdot 2021 + 100)(1991 \cdot 2031 + 400)}{2011^4}$$

2. На столе белой стороной кверху лежали 100 карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая черная. Костя перевернул 50 карточек, затем Таня перевернула 60 карточек, а после этого Оля — 70 карточек. В результате все 100 карточек оказались лежачими черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?

3. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка K . Отрезок CK пересекает медиану AM треугольника в точке P . Окажется, что $AK = AP$. Найдите отношение $BK : PM$.

4. Назовем натуральное семизначное число «удачным», если оно делится на произведение всех своих цифр. Существуют ли четыре последовательных «удачных» числа?

5. В какое наибольшее количество цветов можно раскрасить клетки шахматной доски 8×8 так, чтобы каждая клетка граничила по стороне хотя бы с двумя клетками того же цвета?

6. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . На продолжении стороны AB за точку B отмечена такая точка M , что $MC = MD$. Докажите, что $\angle AMO = \angle MAD$.

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>

Работа рассчитана на 240 минут

1. Вычислите:

$$\frac{(2001 \cdot 2021 + 100)(1991 \cdot 2031 + 400)}{2011^4}$$

2. На столе белой стороной кверху лежали 100 карточек, у каждой из которых одна сторона белая, а другая черная. Костя перевернул 50 карточек, затем Таня перевернула 60 карточек, а после этого Оля — 70 карточек. В результате все 100 карточек оказались лежачими черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?

3. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка K . Отрезок CK пересекает медиану AM треугольника в точке P . Окажется, что $AK = AP$. Найдите отношение $BK : PM$.

4. Назовем натуральное семизначное число «удачным», если оно делится на произведение всех своих цифр. Существуют ли четыре последовательных «удачных» числа?

5. В какое наибольшее количество цветов можно раскрасить клетки шахматной доски 8×8 так, чтобы каждая клетка граничила по стороне хотя бы с двумя клетками того же цвета?

6. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O . На продолжении стороны AB за точку B отмечена такая точка M , что $MC = MD$. Докажите, что $\angle AMO = \angle MAD$.

LXXV Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов) пройдет в МГУ 18 марта 2012 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://www.mcsme.ru/mmo>