

Заочный тур (25.12.2016–28.01.2017)

Задача 1. Карл решил расставить вдоль периметра своего прямоугольного сада 20 клумб. Четыре клумбы он поставил в углах сада, а остальные расставил по периметру так, что расстояние между соседними клумбами равняется 4 м. Оказалось, что на длинной стороне сада стоит вдвое больше клумб, чем на короткой. (Считается, что клумба, стоящая в углу, стоит на обеих сторонах.) Чему равняется площадь сада в квадратных метрах?

Задача 2. Из набора $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ наугад выбираются два различных числа. Найдите вероятность того, что их произведение чётно. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 3. Из всех углов квадрата со стороной 5 вырезали по квадратику со стороной 1. Найдите площадь наибольшего квадрата, который можно вырезать из оставшейся фигуры. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 4. Сумма бесконечной геометрической прогрессии равняется положительному числу S , её второй член равен 1. Какое наименьшее значение может принимать S ? Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 5. Дана координатная плоскость Oxy . Для каждой точки, обе координаты которых целые, нарисовали окружность радиуса $\frac{1}{7}$ с центром в этой точке. Сколько таких окружностей пересекает отрезок AB , если $A = (0, 0)$, $B = (50, 70)$?

Задача 6. Пусть ABC — равносторонний треугольник, $AB = 600$. Точки P и Q , лежащие вне плоскости (ABC) , таковы, что $PA = PB = PC$, $QA = QB = QC$, а двугранный угол между плоскостями (PAB) и (QAB) равен 120° . Оказалось, что точки A, B, C, P, Q лежат на одной сфере. Найдите радиус этой сферы. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.