Департамент образования г. Москвы
Московский центр непрерывного математического образования
Школа №218 г. Москвы и филиал Малого мехмата МГУ им. М. В. Ломоносова
Гимназия №1514 г. Москвы
Школа-интернат «Интеллектуал»

ГОРОДСКАЯ УСТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА

ДЛЯ УЧАЩИХСЯ
6 И 7 КЛАССОВ

ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ

Москва
16 марта 2014 года

Результаты Городской устной математической олимпиады будут опубликованы на сайте

http://www.mccme.ru/ustn/

Олимпиада проводится на базе следующих школ:

гимназия №1514, школа №218,
школа-интернат «Интеллектуал»

Варианты подготовили:

6 *класс*: *А. Банникова*, *Н. Нетрусова*, *А. Сгибнев*, *Д. Шноль*
7 *класс*: *Э. Акопян*, *Д. Калинин*
Редакторы: *А. Блинков*, *А. Горская*, *И. Эльман*

Городская устная математическая олимпиада
Задачи и решения

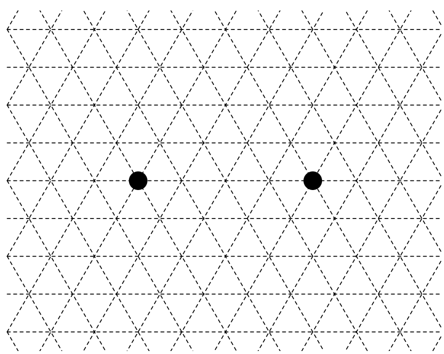
Технический редактор: *А. Горская*

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ
6 класс

Первый тур (каждая задача оценивается в 7 баллов)

1. НУЛИ Сумма трех различных наименьших делителей некоторого числа A равна 8. На сколько нулей может оканчиваться число A?

2. ВЕЛОСИПЕДИСТЫ ЕДУТ НАЛЕВО Коля и Макс живут в городе с треугольной сеткой дорог (см. рисунок). В этом городе передвигаются на велосипедах, при этом разрешается поворачивать только налево. Коля поехал в гости к Максу и по дороге сделал ровно 4 поворота налево. На следующий день Макс поехал к Коле, и приехал к нему, совершив только один поворот налево. Оказалось, что длины их маршрутов одинаковы. Изобразите, каким образом они могли ехать (*дома Коли и Макса отмечены*).



3. CHERCHEZ LA FEMME На русско-французской встрече не было представителей других стран. Суммарное количество денег у французов оказалось больше суммарного количества денег у россиян, и суммарное количество денег у женщин оказалось больше суммарного количества денег у мужчин. Обязательно ли на встрече была француженка?

Второй тур (каждая задача оценивается в 10 баллов)

4. ПЕРЕПИСКА Компания из нескольких друзей вела переписку так, что любое письмо получали все, кроме отправителя. Каждый написал одно и то же количество писем, в результате чего всеми вместе было получено 440 писем. Сколько человек могло быть в этой компании?

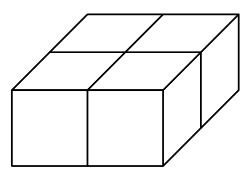
5. УГОЛКИ На клетчатой доске размером 4×4 Петя закрашивает несколько клеток. Вася выиграет, если сможет накрыть все эти клетки не пересекающимися и не вылезающими за границу квадрата уголками из трёх клеток. Какое наименьшее количество клеток должен закрасить Петя, чтобы Вася не выиграл?

6. КАНАТНАЯ ДОРОГА К кабинке канатной дороги, ведущей на гору, подошли четыре человека, которые весят 50, 60, 70 и 90 кг. Смотрителя нет, а в автоматическом режиме кабинка ездит туда-сюда только с грузом от 100 до 250 кг (в частности, пустой она не ездит), при условии, что пассажиров можно рассадить на две скамьи так, чтобы веса на скамьях отличались не более, чем на 25 кг. Каким образом все они смогут подняться на гору?

Третий тур (каждая задача оценивается в 13 баллов)

7. КТО ЕСТЬ КТО? Врун всегда лжёт, Хитрец говорит правду или ложь, когда захочет, а Переменчик говорит то правду, то ложь попеременно. Путешественник встретил Вруна, Хитреца и Переменчика, которые знают друг друга. Сможет ли он, задавая им вопросы, выяснить, кто есть кто?

8. ВКЛАД Вася положил некую сумму в рублях в банк под 20% годовых. Петя взял другую сумму в рублях, перевел ее в доллары и положил в банк под 10% годовых. За год цена одного доллара в рублях увеличилась на 9,5%. Когда через год Петя перевел свой вклад в рубли, то оказалось, что за год Вася и Петя получили одинаковую прибыль. У кого первоначально была сумма больше — у Васи или у Пети?



9. ЧЁРНЫЙ КВАДРАТ Четыре одинаковых кубика расположили на столе так, как показано на рисунке. Одна из граней каждого кубика покрашена в чёрный цвет. За один шаг разрешается повернуть одинаковым образом оба кубика из одного ряда (вертикального или горизонтального). Докажите, что, независимо от начального расположения черных граней, за несколько таких шагов можно расположить кубики чёрными гранями вверх.

7 класс

Первый тур (каждая задача оценивается в 7 баллов)

1. СЕГОДНЯШНЯЯ ДАТА Используя три различных знака арифметических действий и знак равенства, получите верное равенство из записи сегодняшней даты: 16032014.

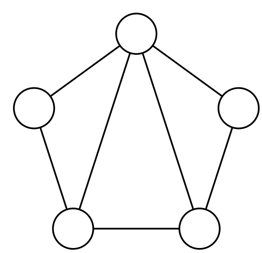
2. РЫЦАРЬ АРТУР В шеренге стоят 2014 человек и одного из них зовут Артур. Каждый из стоящих в шеренге либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Каждый, кроме Артура, сказал: «Между мной и Артуром стоят ровно два лжеца». Сколько лжецов в этой шеренге, если известно, что Артур — рыцарь? (*Укажите все возможности*.)

3. СОГНУТЬ ТРЕУГОЛЬНИК Петя утверждает, что он сумел согнуть бумажный равносторонний треугольник так, что получился четырехугольник, причем всюду трехслойный. Как это могло получиться?

Второй тур (каждая задача оценивается в 10 баллов)

4. ПРОЦЕНТ ОТЛИЧНИКОВ В начале года в 7 классе учились 25 человек. После того как туда пришли семеро новеньких, количество отличников увеличилось на 10 процентов. Сколько теперь отличников в классе?

5. ПЕНТАГРАММА Впишите в пять кружков натуральные числа так, чтобы выполнялись два условия:

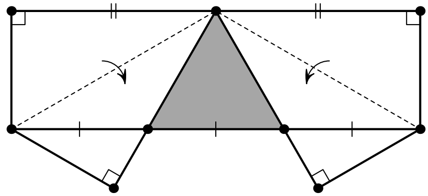


- если два кружка соединены линией, то стоящие в них числа должны отличаться ровно в два или ровно в четыре раза;
- если два кружка не соединены линией, то отношение стоящих в них чисел не должно быть равно ни 2, ни 4.

6. ОДИНАКОВЫЕ НЕЛЬЗЯ Петя и Вася играют на доске размером 7×7. Они по очереди ставят в клетки доски цифры от 1 до 7 так, чтобы ни в одной строке и ни в одном столбце не оказалось одинаковых цифр. Первым ходит Петя. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто из них сможет выиграть, как бы ни играл соперник?

Третий тур (каждая задача оценивается в 13 баллов)

7. УШИ ПРЯМОУГОЛЬНИКА Два угла прямоугольного листа бумаги согнули так, как показано на рисунке. Противоположная сторона при этом оказалась разделенной на три равные части. Докажите, что закрашенный треугольник — равносторонний.



8. БЫЛА НИЧЬЯ В гандбольном турнире в один круг (каждая команда сыграла с каждой ровно один раз, победа — 2 очка, ничья — 1 очко, поражение — 0) приняло участие 16 команд. Все команды набрали разное количество очков, причем команда, занявшая 7 место, набрала 21 очко. Докажите, что победившая команда хотя бы один раз сыграла вничью.

9. ПРЫЖКИ ПО КРУГУ На окружности отмечены 2014 точек. В одной из них сидит кузнечик, который делает прыжки по часовой стрелке либо на 57 делений, либо на 10. Известно, что он посетил все отмеченные точки, сделав наименьшее количество прыжков длины 10. Какое?

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

6 класс

1. Ответ: на один нуль.

Число 8 можно представить в виде суммы трех различных натуральных чисел двумя способами: $8 = 1 + 2 + 5 = 1 + 3 + 4$. Числа 1, 3 и 4 не могут быть тремя наименьшими делителями числа A, так как если A делится на 4, то оно делится и на 2. Значит, три наименьших делителя A — это 1, 2 и 5. Таким образом, A делится на 10, но не делится на 4. Следовательно, число A оканчивается ровно на один нуль.

Д. Шноль

2. Ответ: см. рис. 6.2 (длина маршрута каждого — 8 единичных отрезков).

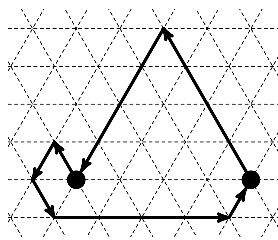


Рис. 6.2

Существуют и другие решения.

А. Банникова

3. Ответ: да, обязательно.

Пусть на встрече не было француженок, то есть все женщины были россиянками. Тогда суммарное количество денег у россиянок больше, чем у всех мужчин. Следовательно, у россиянок больше денег, чем у французов. Но это противоречит условию, по которому суммарное количество денег у французов больше суммарного количества денег у россиян. Полученное противоречие показывает, что на встрече была хотя бы одна француженка.

А. Скопенков

4. Ответ: 2; 5 или 11.

Пусть в компании n человек, и каждый послал по k писем. Тогда от одного человека к остальным пришло $k(n-1)$ писем, а от всех написавших пришло $k(n-1)n$ писем. Значит, число 440 должно раскладываться на три множителя, два из которых отличаются на 1.

Так как $440 = 2^3 \cdot 5 \cdot 11$, то далее можно осуществить перебор со следующими ограничениями:

1) $n < 22$, так как $22 \cdot 21 > 440$;

2) числа n и $n-1$ не содержат никаких простых множителей, кроме 2, 5 и 11.

Таким образом, $440 = 2^2 \cdot (10 \cdot 11) = 22 \cdot (4 \cdot 5) = 220(1 \cdot 2)$. (*Первое число, стоящее в скобках, — это значение* $n-1$, *а второе — значение* n.)

Д. Шноль

5. Ответ: 16 клеток.

Так как 16 не делится на 3, то всю доску (16 клеток) нельзя покрыть не пересекающимися и не вылезающими за границу квадрата уголками из трёх клеток.

Покажем, что любые 15 покрашенных клеток можно покрыть такими уголками. Разобьем квадрат 4×4 на четыре квадрата размером 2×2, тогда единственная не покрашенная клетка попала в какой-то один из них. Любые три полностью покрашенных квадрата можно покрыть уголками из трех клеток (см. рис. 6.5), а в четвертом квадрате любые три покрашенные клетки всегда можно покрыть одним уголком.

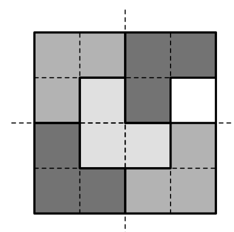


Рис. 6.5

А. Шаповалов

6. Будем обозначать людей числами, соответствующими их весу. Тогда возможен следующий алгоритм действий:

1) вверх едут $50 + 60$ и 90;

2) вниз едут 50 и 60;

3) вверх едут 60 и 70;

4) вниз едут 70 и 90;

5) вверх едут 50 и 70;

6) вниз едут 50 и 60;

7) вверх едут $50 + 60$ и 90.

Из условия задачи следует, что втроём могут ехать только 50, 60 *и* 90. *А спускаться должны не менее, чем двое. Значит, и первый, и последний подъёмы должны совершить* 50, 60 *и* 90.

А. Шаповалов

7. Ответ: да, сможет.

Спросим каждого из них по два раза: «Ты Врун?». Врун ответит: «нет, нет», а Переменчик ответит: либо «да, нет», либо «нет, да». Возможны три случая ответов Хитреца:

1) Если Хитрец ответит «да, да», то мы сразу узнаем, кто есть кто.

2) Если Хитрец ответит «нет, нет», то мы узнаем, кто Переменчик и какой из двух его ответов правдив. Тогда зададим вопрос Переменчику, указав на одного из двух оставшихся: «Он Врун?». Так как мы уже знаем, ответит ли Переменчик правду на третий вопрос, то мы поймем, кто из двоих Врун, а, значит, и кто из них Хитрец.

3) Если Хитрец ответит «да, нет» или «нет, да», то мы узнаем кто Врун. Зададим вопрос Вруну, указав на одного из двух оставшихся: «Он Хитрец?». По его ответу мы узнаем, кто из двоих Хитрец, а, значит, и кто из них Переменчик.

Д. Шноль

8. Ответ: у Васи.

Пусть первоначально у Васи было x рублей, у Пети было y рублей, а один доллар стоил k рублей. Тогда, переведя рубли в доллары, Петя получил $\frac{y}{k}$ долларов.

Через год у Васи стало $1{,}2x$ рублей, то есть его прибыль составила $0{,}2x$ рублей, а на счету Пети стало $1{,}1 \cdot \frac{y}{k}$ долларов. Через год каждый доллар стал стоить $1{,}095k$ рублей, значит, после перевода вклада в рубли у Пети стало $1{,}1 \cdot \frac{y}{k} \cdot 1{,}095k = 1{,}2045y$ рублей. Следовательно, прибыль Пети составила $0{,}2045y$ рублей. По условию задачи $0{,}2x = 0{,}2045y$, поэтому $x > y$. Таким образом, у Васи первоначальная сумма была больше.

Можно не записывать перевод рублей в доллары и обратно в виде дробей, а считать, что первоначальный вклад Пети вырос сначала на 10%, а затем еще на 9,5% за счет двойного обмена.

Д. Шноль

9. Покажем, как можно повернуть любой кубик черной гранью вверх, не меняя при этом положение верхних граней трех других кубиков.

Пусть, для определенности, у левого верхнего кубика черная грань расположена не сверху, а у остальных кубиков черные грани сверху (см. рис. 6.9а). Возможны два случая расположения черной грани у левого верхнего кубика:

1) черная грань этого кубика – нижняя или боковая;

2) черная грань этого кубика — передняя или задняя.

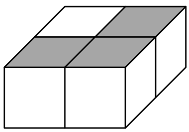


Рис. 6.9а

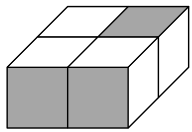


Рис. 6.9б

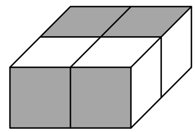


Рис. 6.9в

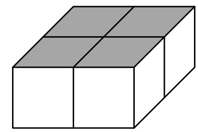


Рис. 6.9г

Рассмотрим первый случай.

Шаг 1. Повернём нижний горизонтальный ряд кубиков на 90° против часовой стрелки (если смотреть справа), тогда верхняя грань левого нижнего кубика станет передней гранью (см. рис. 6.9б).

Шаг 2. Повернём левый вертикальный ряд кубиков так, чтобы черная грань левого верхнего кубика стала верхней (см. рис. 9.6в). При таком повороте передняя грань нижнего левого кубика останется на месте.

Шаг 3. Повернём нижний горизонтальный ряд кубиков на 90° по часовой стрелке (если смотреть справа) и вернем таким образом верхние грани нижнего ряда на место (см. рис. 9.6г).

В силу симметрии, второй случай рассматривается аналогично (первым шагом поворачиваем правый вертикальный ряд).

Применяя описанный алгоритм к каждому кубику, у которого сверху — не чёрная грань, мы сможем расположить все кубики чёрными гранями вверх.

По мотивам задачи Венгерской олимпиады 1969 *г.*

7 класс

1. Ответ: $160 : 32 - 0 = 1 + 4$.

Э. Акопян

2. Ответ: 2, 3 или 4.

Те, кто стоят рядом с Артуром, и те, кто стоят через одного человека от него, заведомо врут. Поэтому тот, между кем и Артуром стоят ровно два человека, — рыцарь.

Перебирая по очереди каждого стоящего за этим рыцарем, (удаляясь от Артура), убеждаемся, что все они — также рыцари.

Заметим теперь, что количество людей, стоящих в шеренге рядом с Артуром или через одного человека от него, может быть различным. Их может быть:

1) двое, если Артур — крайний в шеренге;

2) трое, если Артур — второй с краю;

3) четверо во всех остальных случаях.

По мотивам задачи К. Кнопа из XXXV *Уральского турнира юных математиков*

3. Разделим каждую сторону данного треугольника на три равные части, после чего разобьём треугольник на 9 равносторонних треугольников (см. рис. 7.3). Загнём «внутрь» части, отмеченные цветом и получим шестиугольник.

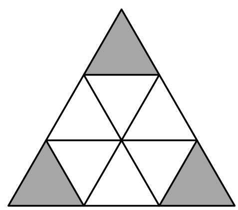


Рис. 7.3

Этот шестиугольник можно перегнуть по любой диагонали, соединяющей противоположные вершины, и получить трехслойный четырёхугольник (трапецию).

Э. Акопян

4. Ответ: 16.

Пусть в классе было x отличников, а пришло еще y отличников. Тогда из условия задачи следует равенство: $\frac{x+y}{32} - \frac{x}{25} = \frac{1}{10}$. Избавившись от знаменателей, получим: $25y - 7x = 80$. Следовательно, $x = \frac{5(5y-16)}{7}$. Так как y — целое число и $y \leqslant 7$, то далее можно осуществить перебор.

Получим единственное решение: $y = 6$, $x = 10$. Таким образом, отличников стало 16.

Э. Акопян

5. Ответ: см., например, рис. 7.5.

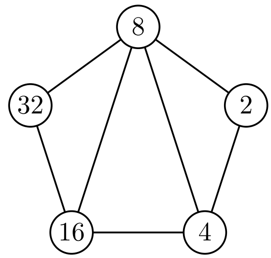


Рис. 7.5

Е. Бакаев

6. Ответ: сможет выиграть Петя (первый игрок).

Назовём расстановку чисел в клетках данной доски «антисимметричной», если клетки, симметричные относительно центральной клетки доски, либо обе пустые, либо в них стоят числа, сумма которых равна 8.

Первый игрок должен играть так: первым ходом поставить число 4 в центральную клетку, а затем, после каждого хода соперника осуществлять «антисимметричную» расстановку чисел. То есть, если соперник поставил в какую-то клетку число n, то первый игрок должен поставить в симметричную клетку число $8 - n$.

Играя так, первый игрок выиграет. Действительно, клетка, симметричная только что занятой, перед каждым ходом первого игрока будет пустой. Докажем, что он сможет поставить в эту клетку указанное число.

Предположим, что это не так, то есть соперник поставил в какую-то клетку число n, а в одной из клеток линии (строки или столбца), содержащей симметричную клетку, уже стоит число $8-n$. Тогда возможны два случая:

1) Эта линия содержит центр доски. Тогда соперник предыдущим ходом поставил число n, не равное 4. Значит, первый игрок также хочет поставить число, не равное 4. Все клетки этой линии разбиваются на пары симметричных и если где-то стоит «мешающее» первому игроку число $8 - n$, то в симметричной клетке уже стоит n, то есть, второй игрок не мог сделать ход.

2) Эта линия не содержит центр доски. Тогда соперник ходил в линию, симметричную этой, и ходом ранее поставил в той линии повторяющееся число, чего быть не могло.

Поясним эти рассуждения на конкретных примерах (см. рис. 7.6а и 7.6б для первого и второго случаев соответственно). В кружок обведён очередной ход второго. Например, пусть он поставил число 1. Первый игрок хочет поставить число 7 в клетку, отмеченную точкой. Пусть он не может этого сделать из-за того, что в закрашенной клетке уже стоит 7. Тогда в клетке, отмеченной крестиком, уже должно стоять число 1, то есть второй игрок не мог сделать такой ход.

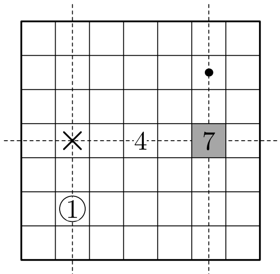


Рис. 7.6а

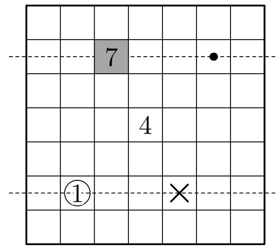


Рис. 7.6б

Н. Медведь

7. Введем обозначения так, как показано на рис. 7.7. Заметим, что треугольник $AB'O$ получился перегибанием из треугольника ABO, значит, эти треугольники равны. Следовательно, $\angle AOB = \angle AOB'$. Кроме того, из параллельности сторон AD и BC прямоугольника следует, что $\angle AOB = \angle KAO$. Таким образом, в треугольнике AOK углы $\angle AOK$ и $\angle KAO$ равны, значит, этот треугольник равнобедренный: $OK = AK$. Рассуждая аналогично, получим, что треугольник DOL — также равнобедренный. Следовательно, $OK = OL = KL$, то есть треугольник KOL — равносторонний.

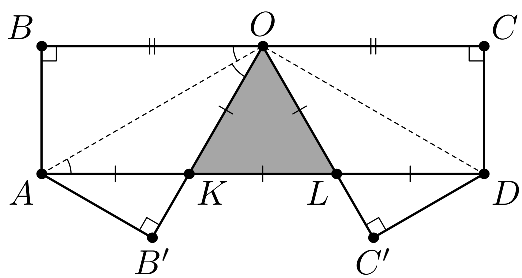


Рис. 7.7

А. Шаповалов

8. В каждом матче разыгрывается 2 очка. Всего в турнире было сыграно $\dfrac{16 \cdot 15}{2} = 120$ матчей, то есть разыграно 240 очков. Команды, занявшие девять последних мест, сыграли между собой $\frac{9 \cdot 8}{2} = 36$ матчей, то есть разыграли 72 очка. Следовательно, на долю семи первых команд остается не более, чем $240 - 72 = 168$ очков.

При этом, команда, занявшая 6 место, набрала не меньше, чем 22 очка, занявшая 5 место — не меньше, чем 23 очка, и так далее, занявшая 1 место — не меньше, чем 27 очков. Так как $21 + 22 + \ldots + 27 = 168$, то каждая из них ровно столько очков и набрала. В частности, победившая команда набрала 27 очков. Это число — нечётно, поэтому она хотя бы один раз сыграла вничью.

XXVI Уральский турнир юных математиков

9. Ответ: 18.

1) Поймем, в какие точки кузнечик сможет попасть, если будет двигаться только прыжками длины 57. Пусть изначально он находится в некоторой точке A и прыгает по часовой стрелке. Поскольку $2014 = 35 \cdot 57 + 19$, то последней точкой, в которую он попадет перед тем, как перепрыгнуть через A, будет точка B, отстоящая от A на 19 делений (см. рис. 7.9). Теперь мы можем считать, что кузнечик прыгает по часовой стрелке (прыжками длины 57), начиная с точки B, то есть, последняя точка, в которую он попадет перед тем, как перепрыгнуть через B, будет точка C, отстоящая от B на 19 делений. Рассуждая аналогично, получим, что кузнечик будет попадать во все точки, отстоящие от A на количество делений, кратное 19 (число 57 также делится на 19, поэтому в часть точек он попадет раньше). Поскольку 2014 делится на 19, то в какой-то момент он попадет в точку A, после чего процесс зациклится.

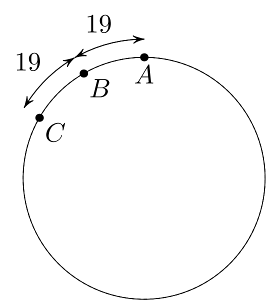


Рис. 7.9

Итак, двигаясь только прыжками длины 57, кузнечик сможет попасть в те и только в те точки, которые отстоят от стартовой на число делений, кратное 19.

Пронумеруем все точки числами от 1 до 2014 по часовой стрелке. Тогда, если номер стартовой точки даёт остаток d от деления на 19, то прыжками длины 57 кузнечик сможет побывать во всех точках с номерами, дающими тот же остаток d (и только в них).

2) Чтобы попасть в точки с номерами, дающими иной остаток, надо сделать прыжок длины 10. Так как существует ровно 19 остат-

ков от деления на 19, то необходимо сделать не менее восемнадцати прыжков длины 10.

3) Покажем, что восемнадцати прыжков длины 10 хватит. Обозначим через (N) группу чисел от 1 до 2014, дающих при делении на 19 остаток N. Кузнечик может обходить группы, перескакивая с одной на другую прыжками длины 10 следующим образом:

$(0) \to (10) \to (1) \to (11) \to (2) \to (12) \to (3) \to (13) \to (4) \to (14) \to$
$\to (5) \to (15) \to (6) \to (16) \to (7) \to (17) \to (8) \to (18) \to (9)$.

Замечание для знатоков. Пусть на окружности отмечены x точек, а кузнечик прыгает прыжками длины y. Тогда он сможет побывать в тех и только в тех точках, которые отстоят от стартовой на число, кратное НОД(x, y). Доказать это можно следующим образом.

Обозначим стартовую точку через A. Кроме того, покрасим все точки, которые отстоят от A на число, кратное НОД(x, y). Таких точек будет $\frac{x}{\text{НОД}(x, y)}$.

Пусть кузнечик делал прыжки длины y по часовой стрелке и попал в клетку A вторично, сделав по пути из A в A ровно k прыжков. Тогда он преодолел путь $y \cdot k$, который кратен x. Значит, k делится на $\frac{x}{\text{НОД}(x, y)}$, то есть, кузнечик по пути из A в A побывал во всех окрашенных точках. Таким образом, за первые $\frac{x}{\text{НОД}(x, y)}$ прыжков он побывает во всех окрашенных точках и вернется в стартовую точку.

Д. Калинин

Математические кружки в школе №218

В школе №218 продолжает работу филиал Малого мехмата МГУ (5–7 классы) и матем. кружки для 8, 9 и 10-11 классов. Присоединиться к работе кружка можно на любом занятии. Занятия бесплатные. Адрес: Дмитровское шоссе, д. 5а (ст. м. «Дмитровская», «Тимирязевская»), тел. (499) 976-19-85.

Расписание занятий: http://www.school218.ru

Школа №218 объявляет набор учащихся на 2014/15 учебный год

Набор на обучение по инд. уч. планам в 8 классы. Добор в 9, 10 с индив. уч. планами (угл. изуч. ряда предметов). Справки по тел. (499) 976-19-85 пн, ср, птн. 16.00–18.00. Подробная информация на сайте

http://school218.ru/node/1872

Набор в гимназию №1514

ГБОУ Гимназия №1514 проводит набор в 5 класс и добор в 8 математический и гуманитарный классы. Экзамены пройдут в конце маяначале июня. По всем вопросам обращаться по телефону 8(499) 131-80-38 по рабочим дням. Сайт гимназии http://www.1514.ru.

Набор в школу-интернат «Интеллектуал»

Школа-интернат «Интеллектуал» объявляет набор в 5-й класс, добор в 6-й, 7-й и 8-й классы. Приёмные экзамены март-июнь. Предварительная регистрация до 19 марта на сайте

http://sch-int.ru/node/290

Летняя школа «Интеллектуал» для школьников, окончивших 7 и 8 класс, интересующихся математикой и естественными науками, состоится 5-19 июня 2014 года. Заочное задание надо выполнить до 25 апреля.

Сайт http://www.sch-int.ru/summer

Математические кружки в МЦНМО для 4–8 классов

Подробную информацию можно посмотреть на сайте

http://www.mccme.ru/circles/mccme/

Расписание: 4 класс — по вторникам 16.00–17.00, 5 класс — по вторникам 17.15–18.30, 6–8 классы — по субботам 16.30–18.30.