

Ответы и решения. Интеллектуальный марафон 1997/98 г.

9 класс. Школьный тур

9-1. Всего однозначных нечётных чисел пять. Двухзначных чисел всего 90 (от 10 до 99) и половина из них — нечётные, они занимают в нашей записи следующие 90 мест (с шестого по девяносто пятое). Всего трёхзначных чисел 900 (от 100 до 999), половина из них (450) — нечётные, они занимают следующие $450 \cdot 3 = 1350$ мест в нашей записи. Итак, первые $5 + 90 + 1350 = 1445$ мест занимают однозначные, двухзначные и трёхзначные нечётные числа.

На остальных $1997 - 1445 = 552$ местах поместится ровно $552 : 4 = 138$ четырёхзначных нечётных чисел — это числа от 1001 до $1001 + 2 \cdot 137 = 1275$. Итак, на 1997-м месте окажется цифра 5.

9-2. Пусть O — центр данной окружности. Поскольку $KMON$ — прямоугольник, его диагонали равны, а $MN = OK$ — радиусу окружности. Но её диаметр равен $3 + 8 = 11$, поэтому радиус равен 5,5 см.

9-3. Из-за низкой теплопроводности воды раскалённая капелька отдаёт тепло только небольшому слою воды, непосредственно с ней соприкасающемуся. Эта вода нагревается до 100°C и испаряется. Образующийся пар и «поддерживает» капельку, не давая ей опуститься на дно. Когда температура капли понижается и вода перестанет испаряться, капля утонет.

9-4. При высокой температуре образующийся бор может вступать в реакцию с избытком магния, образуя борид магния. Уравнение реакции: $3\text{Mg} + 2\text{B} = \text{Mg}_3\text{B}_2$. Образующийся основной оксид магния частично способен сплавляться с кислотным оксидом бора, что приводит к образованию соли — бората магния. Уравнение реакции: $\text{MgO} + \text{B}_2\text{O}_3 = \text{Mg}(\text{BO}_2)_2$.

Допускается уравнение реакции $3\text{MgO} + \text{B}_2\text{O}_3 = \text{Mg}_3(\text{BO}_3)_2$.

9-5. Совпадение названий действительно не случайно, но оно объясняется другими причинами. Колибри и коала не водятся ни в Испании, ни в Африке. Баскам и суахили эти слова принесли европейские путешественники, взяв их из языков народов, с древних времён контактировавших с этими организмами, и как-то видоизменив в соответствии с традициями основных европейских языков. Другой допустимый вариант — европейцы эти названия придумали сами. Но для наших двух видов так не случилось. Название страуса баски получили так же — от европейских моряков. Суахили либо были первоисточником этого слова, либо заимствовали его у другого африканского народа. Слова «амёба» и «стафилококк» придумали всего несколько веков назад европейские ученые, увидевшие эти организмы в микроскоп. Названия были построены на основе мёртвого латинского языка. Баски и суахили взяли в свой язык готовые слова.

В филогенетических деревьях (родословных) языков и народов баски и суахили находятся крайне далеко друг от друга.

9-6. Эпитафия была установлена над могилой генерала П. Багратиона (о чем недвусмысленно указывается в ней — «Бог рати он»).

9-7. Онегин — поклонник Адама Смита и гонитель Гомера и Феокрита — из всех современных ему авторов сделал исключение лишь для Байрона — «певца Гяюра и Жуана». Он умел «потолковать о Ювенале» и «помнил,

хоть не без греха, из Энеиды два стиха» (автор «Энеиды» — Вергилий). В пору своего добровольного заточения в петербургской квартире (VIII глава) Онегин читал всё без разбора: мадам де Сталь, Гиббона, Фонтенеля.

Татьяна в ранней юности прочитала романы Ричардсона и Руссо, и под подушкой у неё хранился сонник Мартына Задеки. Посещая деревенский дом Онегина, Татьяна перечитала все книги из его библиотеки.

Автор в романе «Читал охотно Апулея, а Цицерона не читал». Судя по многочисленным отсылкам к Грибоедову (Онегин, например, в авторской характеристике сопоставлен с Чацким, а в VII главе многочисленные реминисценции из комедии «Горе от ума»), сочинения этого писателя тоже входили в круг его чтения.

Представляя круг чтения своих героев, Пушкин не просто даёт характеристику их вкусов и литературных пристрастий — он подчёркивает «литературность» самого героя. «Живой» Онегин поставлен в один ряд с реальным Чаадаевым (I глава) и вымышленным Чацким (VIII глава). Для Татьяны он вначале «выходец» из романа Ричардсона, затем «пародия» на литературного героя, себя же она видела «героиней своих возлюбленных творцов».

9-8. Подвижник, подвижница (высок.) — человек, героически принявший на себя тяжёлый труд или лишения ради достижения высоких целей. Употребляется в высоких стилистических контекстах. Живопись передвижников — передвижническая живопись; подвижнический труд.

9-9. При оценке ответов учитывалась грамотность изложения, знание грамматики, орфографии, синтаксиса, удачно подобранные лексические и стилистические средства, а также глубина, оригинальность и аргументированность ответа.

9 класс. Окружной тур

9-1. Пусть в некоторый момент времени кузнечик находится в точке A координатной плоскости. Через одну секунду одна из координат (абсцисса либо ордината) кузнечика останется прежней, а другая изменится на 1. При этом сумма модулей двух координат S изменится на 1. Еще через секунду величина S изменится ещё на 1, т. е. по сравнению с аналогичной величиной для точки A увеличится либо уменьшится на 2 или не изменится.

Таким образом, через 4 с после начала движения S может измениться на 0, ± 2 или ± 4 ; ... через 10 с — на 0, ± 2 , ± 4 , ± 6 , ± 8 или ± 10 .

В данном случае $S = 0$ для точки A ; для остальных точек, в которые кузнечик может попасть через 10 с, $|x| + |y|$ может принимать значения 2, 4, 6, 8 и 10. Точки, в которые кузнечик сможет попасть через 10 с после начала своего движения — это все точки с целочисленными абсциссой и ординатой, лежащие

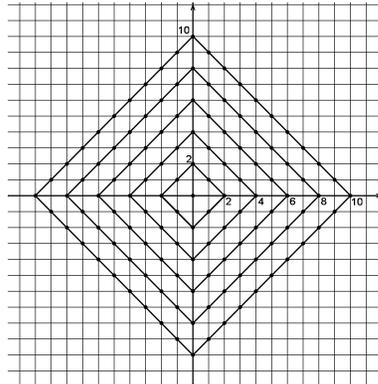


Рис. 18

на границах concentрических квадратов, а также начало координат (рис. 18).

Общее количество таких точек может быть подсчитано с использованием соображений симметрии. На границе квадрата, ближайшего к началу координат, их 2·4, на границе следующего — 4·4, далее 6·4, 8·4 и, наконец, 10·4. Общая сумма равна $1 + 4(2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 121$.

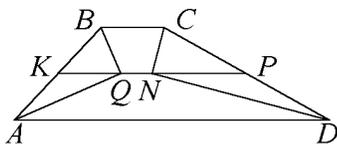


Рис. 19

9-2. Точка Q пересечения углов A и B трапеции (рис. 19) равноудалена от прямых AD и AB , а также AB и BC , т. е. равноудалена от прямых, содержащих основания трапеции. Значит, точка Q лежит на прямой, содержащей среднюю линию трапеции. То же самое можно сказать и о точке N . Пусть K и P — середины сторон AB и CD трапеции соответственно. В треугольнике AQB $\angle ABQ + \angle BAQ = 0,5(\angle ABC + \angle BAD) = 90^\circ$. Отсюда $\angle AQB = 90^\circ$. Но QK — медиана прямоугольного треугольника, проведённая к гипотенузе. Её длина равна половине гипотенузы, т. е. $\frac{1}{2}AB$. Аналогично $NP = \frac{1}{2}CD$. Имеем:

$$KP = 3; AD + BC = 6; AB + CD = 11 - 6 = 5; QK + NP = 2,5.$$

Последняя сумма меньше длины средней линии, поэтому отрезки QK и NP не пересекаются, и $QN = KP - (QK + NP) = 0,5$.

9-3. До верхней точки камень будет лететь 2 секунды и пролетит за это время 20 метров. Это означает, что верхняя точка на 20 м выше точки броска. Теперь пора немного подумать: чем выше расположена точка броска, тем дольше будет лететь камень и тем больше будет его скорость перед ударом о поверхность. Это означает, что данное в задаче условие на время полёта (не меньше 6 секунд) задаёт минимально возможную высоту точки бросания, а условие на скорость (не больше 50 м/с) — максимальную. Найдем эти высоты по очереди: минимальная определяется оставшимся временем падения от верхней точки — это ровно 4 секунды, за это время камень без начальной скорости пролетит 80 метров $\left(\frac{gt^2}{2}\right)$. Итак, бросать надо с высоты не менее $80 - 20 = 60$ метров. Теперь максимальная высота: чтобы набрать перед ударом о поверхность скорость 50 м/с, нужно падать без начальной скорости с высоты 125 метров $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$. Тогда высота, с которой нужно бросать, составляет $125 - 20 = 105$ метров. Итак, космонавт должен бросать камень с любой высоты в интервале 60 – 105 метров. Разумеется, можно решать эту задачу, пользуясь обычными школьными формулами.

9-4. Правильная формулировка: «Из отношения масс элементов в химическом соединении молекулярного строения можно определить простейшее соотношение между числом атомов в молекулах этого соединения, если известны относительные атомные массы всех элементов». Так, из соотношения масс водорода и кислорода 1:8 следует только, что соотношение числа атомов

в молекуле воды равно 2:1, однако отличить формулы H_2O , H_4O_2 и т. д. таким способом невозможно. Аналогично для пероксида водорода (отношение масс 1:4) получается соотношение числа атомов 1:1 и формулы HO , H_2O_2 , H_3O_3 и т. д., для этана получаются формулы CH_3 , C_2H_6 , C_3H_9 и т. д. Для правильного определения формулы необходимо знать не только соотношение между числом атомов, но и молекулярную массу соединения, которую можно определить многими методами.

9-5. Разделим эти приспособления на активные и пассивные. Пассивные приспособления приближают плотность тела животного к плотности воды. В результате парение в толще воды не требует никаких усилий. Это достигается путём образования запасов жира (капли в клетках простейших и у мелких ракообразных; специальные ткани у ряда позвоночных) или воздушных полостей (например, плавательный пузырь у рыб). Изменяя объём воздухоносных полостей, можно осуществлять вертикальные перемещения. Другой способ — сильно повысить содержание воды в тканях (так «поступают» медузы и гребневики). Есть головоногие, которые регулируют концентрацию солей в жидкости, заключенной между их телом и стенками раковины.

У некоторых простейших (радиолярии, солнечники), ракообразных (например, веслоногие) и их личинок имеются выросты, увеличивающие поверхность тела и, следовательно, силу трения. Это снижает скорость погружения или всплытия, если плотность тела оказывается не равной плотности воды (при попадании животного в слой воды с низкой температурой или необычной соленостью и т. д.) или если плотность тела всегда выше плотности воды.

Некоторые животные прикрепляются к другим организмам и с их помощью держатся на определённых глубинах. Сюда же можно отнести и обитание на различных неподвижных субстратах.

Активные приспособления — это развитые двигательные системы. Дафния, например, при помощи антенн совершает «прыжки», которые компенсируют её погружение. Медуза удерживается в толще воды при помощи сокращений купола, выталкивающих воду вниз. Рыбам оставаться на определённой глубине помогают плавники, используемые в качестве рулей. А у моллюска морского ангела нога превратилась в некое подобие крыльев.

9-6. 1. (М. Горький). Почивать на лаврах. 2. (Д. Заславский). У пьяного что на уме, то и на языке. 3. (И. Ильф, Е. Петров). Всеми фибрами души. 4. (А. Чехов). Пялить глаза. Прием деформирования известного выражения (устойчивого оборота).

9-7. Лицо, о котором идёт речь в частушке, — адмирал А. В. Колчак. Время складывания колчаковской армии — 1918 г., гражданская война. «Мундир английский, табак японский» — указание на оккупацию Дальнего Востока англичанами и японцами и поддержку колчаковской армии Англией и Японией (в этом участвовали также Франция и США). «Погон российский» — намёк на адмиральский чин А. В. Колчака и участие в его армии белого офицерства. «Правитель омский» — указание на ставку А. В. Колчака в Омске.

9-8. Общее для этих афоризмов — мысль о бюрократическом характере всех учреждений России, отсутствии институтов гражданского общества,

которые бы контролировали их реально. Это жёсткая вертикаль, и человек вынужден служить («прислуживаться») конкретному лицу.

Авторы: а), б) А. С. Грибоедов; в) М. Е. Салтыков-Щедрин.

9-9. См. 9-9 школьного тура.

9 класс. Городской тур. Гуманитарный цикл

9-1. Пропуски заполняются следующим образом:

гавайский	маори	тонга	самоа	перевод
lua	rua	ua	lua	два
iwa	iwa	hiva	iva	девять
hoe	hoe	fohe	foe	грести
lala	gaga	aa	lala	жар
ihu	ihu	ihu	isu	нос

Гласные в полинезийских языках (по крайней мере, в рамках данной задачи) не изменяются; между согласными устанавливаются следующие соответствия: Ø-Ø-'-Ø, Ø-Ø-h-Ø, h-h-h-s, w-w-v-v, h-h-f-f, l-r-l-l и l-r-Ø-l.

Самое главное для решения этой задачи — понять, что не следует все столбцы считать от первого; некоторые пропуски можно заполнить только путём сопоставления данных нескольких столбцов.

9-2. 1. Вставка: *единства народа и государственности*.

2. Метафоры: стержень, дерево. На основе ассоциативных признаков: стержень — твёрдый, поддерживающий; дерево — многолетнее, ветвистое. «Белые пятна» — о чём-то неисследованном; буквально: о неисследованной местности, которая обычно на картах показана белым цветом.

3. а) Древо/дерево; старослав. — восточнослав. чередование.

б) Древо, -а, мн. дрevesа, дрeves и дрeвa, дрeв (церк.-книжн., поэт., устар.). Происходит наращение суффикса -ес- в некоторых формах множественного числа.

в) Высокая стилистическая окраска, книжная история.

4. Преходящий — переходящий, т. е. временный, недолговечный. Приходящий — являющийся куда-нибудь на время.

5. Тщедушный, тщета. Тще — «напрасно, зря» др.-рус. тыцьть — «пустой, напрасный; суетный», также — «тощий».

6. Суета (суа — «напрасно», «зря» — старослав.) — это и есть общий элемент в значении слов.

1) Всё тщетное, ничтожное, бесполезное, не представляющее истинной ценности. Первоначально — всё земное в отличие от небесного, божественного: «Не поминай Бога всуе», «Суета сует и всяческая суета».

2) Бестолковая беготня, торопливость в чём-нибудь.

Однокоренные слова: суеверие, суесловие, суеглазый (зевака).

9-3. Алисин — Николай II (связь фамилии с именем жены Алисы, принцессы Гессенской), воинское звание — полковник, правление отмечено роковыми несчастьями, царская семья расстреляна.

Хирянская Шурка — А. Ф. Керенский, фамилия образована по созвучию, сила обстоятельств — революция, бегство из Зимнего дворца в форме сестры милосердия.

9-4. Речь идёт о Петровском замке — путевом дворце Екатерины II, названном по Петровской дубраве, оставшейся со времён Петровского монастыря, на земле которого был выстроен дворец. Ныне он находится на Ленинградском шоссе, рядом со стадионом «Динамо», в нём размещается академия им. Н. Е. Жуковского. Для А. С. Пушкина «недавняя слава» замка в том, что в 1812 г. в нём размещалась резиденция Наполеона Бонапарта.

9-5. Профессии: Столешников переулоч — место жительства ткачей, изготовлявших скатерти; Воротниковский переулоч — место жительства охранников ворот Кремля; М. Бронная — там находилась слобода, где мастера-бронники изготавливали оружие.

Природные явления: Сивцев вражек — овраг, по которому протекала речка Сивка; Остоженка — место, занятое покосами, лугами; Боровицкая площадь — место, где раньше рос сосновый бор.

Религия: Пречистенка — по названию расположенной недалеко церкви Пречистыя Богородицы смоленской; Страстной бульвар — примыкал к Страстному монастырю; Б. Андроньевская ул. — по находящемуся здесь Спасо-Андроньевскому монастырю.

9-6. Герой пьесы «Горе от ума» полковник Скалозуб говорит о пожаре Москвы в 1812 г., который уничтожил значительную часть города. После изгнания французов в Москве развернулось обширное строительство. В результате город украсился прекрасными зданиями, построенными по проектам архитектора Матвея Казакова.

9-7. В стихотворении «Воспоминания в Царском Селе» встречается имя Петра I, одержавшего победу над шведами, Екатерины II — «Минерва российская», упомянуты М. И. Кутузов — герой войны 1812 года, «воитель поседель», А. В. Суворов, Орлов, Румянцев. В оде «Вольность» — Павел I. В стихотворении «К морю» говорится о Наполеоне и Байроне. «Пир Петра Первого», «Стансы» («В надежде славы и добра»), поэмы «Полтава» и «Медный всадник» — о Петре I. Событиям далекого XVI века в русской истории посвящена трагедия «Борис Годунов». Пугачёв и Екатерина II изображены в «Истории Пугачёвского бунта» и в повести «Капитанская дочка». Некоторым историческим деятелям Пушкин посвящал насмешливые эпиграммы. Например, Александру I («Воспитанный под барабаном») и А. А. Аракчееву («Всея России притеснитель»).

9-8. См. 9-9 школьного тура. Русский текст:

Рассказали страшное,
Дали точный адрес.

9-9. При оценке работы учитывалось понимание текста, умение на основе собственного примера сопоставить норму действия автора и собственную норму; умение выделить, с какой культурной традицией сопряжены нормы действия учащегося.

9 класс. Городской тур. Математический цикл

9-1. При ненулевом x знаменатель каждой дроби больше числителя. Так как оба они положительны, то дробь меньше 1. Поэтому сумма дробей меньше 2. Значение $x = 0$ является решением.

9-2. Биссектриса делит противоположную сторону пропорционально прилежащим. Поэтому в прямоугольном треугольнике BHC $BC:HC=2$, откуда $\angle ACB = \frac{\pi}{3}$, $\angle HBC = \angle OCB = \frac{\pi}{6}$. Тогда $CO = BO$, откуда $BO = OF$.

Угол FOB равен сумме углов треугольника BCO , не смежных с ним, и потому равен $\frac{\pi}{3}$. Так как $BO = OF$, то $\angle FBH = \angle BFH = \frac{\pi}{3}$. Отсюда $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$.

9-3. Члены последовательности — это последовательные простые числа, к которым справа приписана пятёрка. Но число 899 простым не является ($899 = 900 - 1 = 30^2 - 1 = 31 \cdot 29$), т. е. ответ отрицательный.

9-4. Пусть натуральное число N имеет вид $p_1^{n_1} \dots p_k^{n_k}$, где p_1, \dots, p_k — простые числа, n_1, \dots, n_k — натуральные числа. Каждый его делитель является произведением чисел p_i в степенях от 0 до n_i ($i = 1, \dots, k$). Поэтому количество делителей числа N равно $(n_1 + 1) \dots (n_k + 1)$. По условию количество делителей равно 14. Это число раскладывается на множители двумя способами: $14 = 2 \cdot 7 = 14 \cdot 1$. Поэтому $k = 2$, n_1 и n_2 равны соответственно 13 и 0 или 1 и 6. Простые множители нужно взять наименьшими возможными: 2 и 3, причём больший из них следует взять с меньшим показателем. Из двух вариантов $2^{13} \cdot 3^0 = 8192$ и $2^6 \cdot 3^1 = 192$ выбираем второй, дающий меньший результат.

9-5. Пусть $ABCD$ — квадрат со стороной 16 см. На стороне BC отложим отрезок BE длиной 12 см, а на стороне CD — отрезок CF длиной 3 см. По теореме Пифагора $AE = 20$, $EF = 5$. Треугольники ABE и ECF подобны по пропорциональности сторон, и соответственные стороны AE и EF перпендикулярны. Таким образом, треугольник AEF — тот, о котором говорится в условии, и он вписан в квадрат со стороной даже не 16,01, а 16 см.

9-6. Пусть n_1, \dots, n_{10} — количества камней в лунках (не обязательно по порядку), причём $n_1 < \dots < n_{10}$. Тогда $n_1 \geq 1, \dots, n_{10} \geq 10$. Общее количество камней составляет $55 = 1 + 2 + \dots + 10$, поэтому в действительности количества камней в лунках равны 1, 2, ..., 10.

Если в каждых трёх последовательных лунках не меньше 16 камней, то в каждых 9 последовательных лунках не меньше $16 \cdot 3 = 48$ камней. За лункой с 10 камнями последовательно идут 9 лунок, в которых не менее 48 камней, тогда общее количество камней будет больше 55. Значит, в каких-то трёх последовательных лунках меньше 16 камней.

9-7. При максимальном объёме выпуска тратятся все выделенные средства (бюджетная линия на рис. 20) и избытка трудовых затрат или машино-часов нет (соотношение K и L оптимально, иначе можно уменьшить избыточную компоненту и увеличить другую, увеличив и объём выпуска).

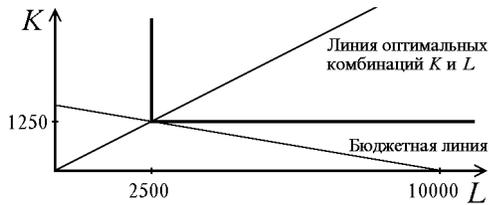


Рис. 20

Из этих условий получается система уравнений

$$\begin{cases} \frac{K}{20} = \frac{L}{40} = 2, \\ 10L + 60K = 100\,000. \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем затраты при оптимальном плане выпуска: $K = 1250$, $L = 2500$. Множество значений (L, K) , приводящих к тому же объёму выпуска, изображены на рис. 20 (чёрные лучи).

9-8. В японском языке числа пишутся так же, как и произносятся, например: Три Тысячи Пять Сот Шесть Десят Два; Семь Сот Два, Сто Семь Десят и т. п. (соответственно, если в каком-то разряде — нуль, этот разряд не пишется; если в каком-то разряде — единица, пишется только название разряда). Существует особое слово для десятка тысяч, поэтому, например, 69 тысяч записывается как Шесть Десятков-тысяч Девять Тысяч.

Пропуски заполняются так: 10010, 80808, 万千百十一, 千九百九十七.

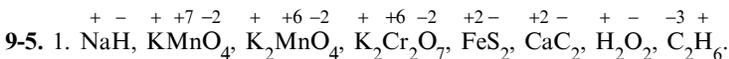
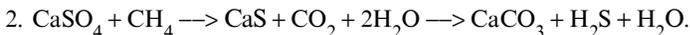
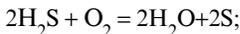
9 класс. Городской тур. Естественнонаучный цикл

9-1. Начальная длина цепочки $10 \cdot 9 = 90$ м (не 10, а 9 промежутков по 10 м!). Промежуток между последовательными встречами $t = 10:(2 + 3) = 2$ с. После первой встречи начало цепочки «застывает», до последней пройдёт $9t = 18$ с. За это время последний спортсмен успеет пробежать $3 \text{ м/с} \cdot 18 \text{ с} = 54$ м. Тогда длина цепочки составит $90 - 54 = 36$ м.

9-2. Когда подводная лодка плавает на поверхности, она вытесняет объём воды, вес которого равен весу лодки, не заполненной водой. Когда внутрь лодки набирается вода, её вес увеличивается за счёт веса набранной воды и лодка погружается глубже в воду, чтобы вес вытесненной ею воды опять стал равным весу лодки. Очевидно, что при этом объём поступившей внутрь воды оказывается равным увеличению объёма погруженной в воду части лодки, т. е. уровень воды в бассейне не меняется. После полного погружения лодки в неё продолжает поступать вода, пока не будет заполнен весь её внутренний объём. Лодка при этом опускается на дно, а уровень воды в бассейне понижается.

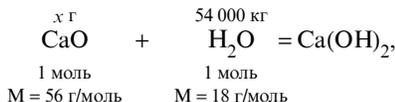
9-3. Ток второго резистора в два раза больше, чем первого (мощность в 4 раза больше). Значит, ток третьего резистора либо равен току первого ($2I - I = I$), либо в три раза больше ($2I + I = 3I$). В первом случае на третьем резисторе выделится 10 Дж, во втором случае — 90 Дж. Оба ответа подходят.

9-4. 1. $\text{CaS} + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{S}$;



2. При электролизе расплава NaNH водород будет выделяться не на катоде (как обычно), а на аноде.

9-6. Вещество — негашёная известь. 1 англ. фунт $\approx 0,45$ кг. Масса Эдвина — 72 кг. Тело человека содержит около 75% воды. Масса воды равна $72 \cdot 0,75 = 54$ кг. Далее делаем расчёт по уравнению:



откуда $\frac{x}{56} = \frac{54000}{18}$, $x = 168 \text{ 000 г} = 168 \text{ кг}$.

9-7. Летучие мыши летают не хуже птиц, но передвигаться иным путём они не могут: их крылья образованы перепонкой между передними и задними конечностями. Наличие жёстких перьев позволило птицам создать несущую плоскость только на основе передних конечностей. Задние конечности у них свободны и могут использоваться для хождения, плавания и т. д. Как ни парадоксально, но господствовать в воздухе птицам позволяет лучшая приспособленность к жизни на земле.

9-8. Чтобы носить чешуи, защищающие тело от потери воды и различных травм, нужно иметь эффективный механизм лёгочного дыхания, позволяющий обойтись без дыхания кожей. Такой механизм возник у предков пресмыкающихся. Они стали засасывать воздух в лёгкие благодаря различным движениям грудной клетки. Земноводные же воздух заглатывают и обойтись без кожного дыхания не могут. Поэтому они и не приобрели чешуи.

10 класс. Школьный тур

10-1. Из равенств $\frac{x_1}{1} = \frac{x_2}{2}$, $\frac{x_1}{1} = \frac{x_3}{3}$, $\frac{x_1}{1} = \frac{x_4}{4}$, ..., $\frac{x_1}{1} = \frac{x_{1997}}{1997}$ получаем $x_2 = 2x_1$, $x_3 = 3x_1$, $x_4 = 4x_1$, ..., $x_{1997} = 1997x_1$. Подставляя эти соотношения в последнее уравнение системы, получим: $x_1(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1997) = 1995003$,

откуда $x_1 \cdot \frac{1 + 1997}{2} \cdot 1997 = 1995003$, т. е. $x_1 = 1$. Тогда $x_2 = 2$, ..., $x_{1997} = 1997$.

10-2. Если A и B — две смежные вершины прямоугольника, то биссектрисы его углов A и B , пересекаясь в точке K , образуют со стороной AB равнобедренный прямоугольный треугольник ABK . Рассматривая другие

аналогичные треугольники, видим, что точки пересечения образуют квадрат со стороной $\frac{4}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Его площадь равна квадрату стороны, т. е. $\frac{1}{2}$.

10-3. Возможны несколько вариантов:

а) ракету с космическим кораблем готовят к старту (отвес отклонился на повороте дороги в результате транспортировки платформы с ракетой; отвес отклонился при подъёме ракеты из горизонтального положения в вертикальное при установке на стартовый стол);

б) уже стартовавшая ракета производит манёвры (переходит из вертикальной составляющей траектории в горизонтальную; производит корректировку траектории; сбрасывает обтекатель ракеты; производит торможение).

10-4. 1. Поскольку давления во всех сосудах одинаковы, то чем тяжелее молекулы газа, тем меньший объём они должны занимать при равных массах газов. Самый лёгкий газ — водород (H_2) находится в самой большой по объёму колбе, в следующей по объёму — He, затем идут NH_3 , HCl и SO_2 . Объёмы колб обратно пропорциональны молекулярным массам газов, т. е. примерное соотношение объёмов $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{17} \cdot \frac{1}{36} \cdot \frac{1}{64}$ или 32:16:3,8:1,8:1. На глаз трудно сравнить объёмы сосудов и расположить их в нужном порядке.

2. Бром — единственная жидкость из указанных веществ, поэтому при одинаковом объёме атомов брома будет намного больше, чем атомов газообразных веществ. В сосудах с газами число молекул (в соответствии с законом Авогадро) одинаково, следовательно, соотношение числа атомов для H_2 , He, NH_3 и HCl будет 2:1:3:2.

10-5. а) Вымачивание продуктов в воде для удаления токсичных или иных ненужных компонентов; проведение дезинфекции раствором перекиси водорода или «марганцовки»; консервирование при помощи добавления соли, борной или фосфорной кислот; гидрирование растительных жиров для получения маргарина.

б). Использование протрав для семян; гидролиз целлюлозы серной кислотой; пропитка древесины разными солями (фосфатами) для повышения огнестойкости и против гниения; обесцвечивание тканей отбеливателями (хлор, перекись); окраска тканей неорганическими красителями.

10-6. Алгоритм. 1. С клавиатуры вводится символ в символьную переменную L\$. Затем присваивается: строковой переменной T\$:= «данный текст» (длиной < 256); целочисленным переменным: искомой K:=начальное значение 0, N:=длина T\$.

2. В цикле по J от 1 до N из T\$ вырезается J-й символ в S\$ и если S\$ = L\$, то K увеличивается на 1.

3. Выводится значение K (нулевое или положительное) с соответствующим комментарием.

10-7. Речь в задании идёт о политике «военного коммунизма» в Советской России, основной причиной введения которого явилось тяжёлое военно-экономическое положение в стране в результате последствий Первой мировой войны, а также начала иностранной интервенции и гражданской войны. Сходными с мероприятиями правительства Германии в политике «военного коммунизма» были государственный контроль над промышленностью,

государственная монополия на хлебную торговлю, всеобщая трудовая повинность и карточное снабжение населения.

Отличия: наличие в России продрозверстки, бесплатное пользование жильём и коммунальными услугами, запрещение всякой частной торговли.

10-8. Настоящее время глаголов заменено на прошедшее. Смысловое отличие одного варианта от другого значительно.

Стихотворение написано вскоре после прихода к власти нового царя Александра II, в эпоху либеральных надежд и восторгов. Некрасов, который по своим взглядам был революционным демократом, выражает в этих строчках твёрдое убеждение, что правление нового государя не несёт существенного облегчения в жизни народа. По-прежнему «...свободно рыщет зверь, а человек бредёт пугливо».

Вариант с цензурными изменениями несёт иную мысль: николаевские порядки уже позади, в современной Некрасову России всё уже иначе. В авторском варианте использована одна из особенностей глаголов настоящего времени в русском языке, которые могут обозначать постоянное действие, не связанное с временными ограничениями.

Стихотворение продолжает традицию поэтических «диалогов» — «Разговор книгопродавца с поэтом», «Поэт и толпа» А. С. Пушкина, «Журналист, читатель и писатель» М. Ю. Лермонтова.

10-9. 1. Значения однократности/многократности. В русском языке многократность грамматическими средствами выражается редко, преимущественно в разговорной речи: хаживала, сиживала.

2. Комета. Повествование ведётся с точки зрения древнего старца, мы видим мир его глазами. Ведь он ещё не знал слова «комета», это научный термин.

10-10. См. 9-9 школьного тура.

10 класс. Окружной тур

10-1. Рассмотрим пары $(x; y)$ как клетки таблицы 9×9 , где x изменяется слева направо, а y — снизу вверх. Отметим звёздочками на двух таблицах пары, удовлетворяющие соответственно условиям А и Б, и на отдельной таблице — пары, удовлетворяющие ровно одному из двух условий А и Б.

*		*	*	*	*	*	*	*
*		*	*	*	*	*	*	*
*		*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*

А

*	*	*						
*	*	*						
*	*	*						

Б

	*	*	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*	*	*
	*	*	*	*	*	*	*	*
*		*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*	*

Или А или Б

Проще подсчитать количество пар, не удовлетворяющих условию задачи: их 20, следовательно, пар, для которых это условие выполняется, $81 - 20 = 61$.

10-2. Точка O пересечения биссектрис углов A , B и C выпуклого четырёхугольника (рис. 21) равноудалена от его сторон AD и AB , а также AB и BC , BC и CD . Таким образом, точка O равноудалена от всех сторон четырёхугольника, значит, в этот четырёхугольник можно вписать окружность с центром O . Обозначим через N , K , P и Q точки касания этой окружности со сторонами DA , AB , BC и CD соответственно.

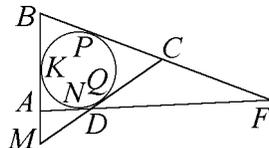


Рис. 21

В силу равенства отрезков касательных от их общей точки до точек касания получаем следующие соотношения:

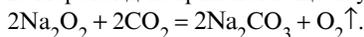
$$\begin{aligned} BM + FD &= (BK + MK) + (FN - ND) = (BP + MQ) + (FP - DQ) = \\ &= (BP + FP) + (MQ - DQ) = BF + MD, \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

10-3. Тепло выделяется во время перемещения кирпича по тележке. Поэтому максимальное количество теплоты выделится в том случае, когда движение кирпича относительно тележки прекратится ещё на ней. В противном случае (если кирпич не успеет остановиться и слетит с тележки) тепла выделится меньше. Это подтверждается следующим обстоятельством: если удлинить тележку так, чтобы кирпич успел остановиться на ней, то выделится ещё дополнительное количество тепла, оно и будет максимальным (напомним, что стол гладкий). Количество тепла Q рассчитаем, записав закон сохранения энергии и импульса для начального и конечного состояний системы. Закон сохранения импульса имеет вид $Mv_0 = \left(M + \frac{M}{2}\right)v_k$, где v_k — конечная скорость тележки и кирпича, а закон сохранения энергии — $\frac{Mv_0^2}{2} = \left(M + \frac{M}{2}\right)\frac{v_k^2}{2} + Q$. Решая эту систему уравнений, получим: $Q = \frac{Mv_0^2}{6}$.

10-4. 1. Для получения кислорода лучше всего использовать хлорат лития, так как на единицу массы эта соль даёт большее количество кислорода: $2\text{LiClO}_3 = 2\text{LiCl} + 3\text{O}_2 \uparrow$.

2. Пероксид натрия поглощает углекислый газ:



10-5. Приведем базовый список идей: изменение наружных покровов для защиты от высыхания; появление приспособлений, защищающих организмы от сухопутных врагов; приспособления для переселения из одних водоёмов в другие; приспособление к жизни в засушливый период в сырой почве; приспособление к воздушному дыханию (у двоякодышащих рыб); появление в жизненном цикле стадий вне водной среды (комары); переход на укороченные стратегии развития (с прямым развитием); утрата приспособлений, направленных на повышение плавучести; поведенческие и другие приспособления, связанные с увеличением плотности популяции при уменьшении площади водоёма.

10-6. Оптимальная стратегия — деление отрезка пополам.

1. Сначала $K:=1$ (левый конец отрезка), $L:=100$ (правый), счётчик цикла $P:=0$. С клавиатуры вводим загаданное число N .

2. Далее P увеличиваем на 1 и называем число $M :=$ округлённая до целого середина $(K+L)/2$ отрезка; если $N < M$, то сужаем поиск до левого ($L := M$), иначе до правого ($K := M$) половинного отрезка до тех пор, пока M не совпадет с N (P не превзойдет 7, так как $100 < 2^7$).

3. Ответ — M .

При оценке решений учитывалось, предусмотрен ли контроль корректности данных (повтор ввода при не целом N или невыполнении $1 \leq N \leq 100$), правильный синтаксис программы, корректная запись на языке программирования.

10-7. В основе задания лежит знание основных черт древневосточной деспотии. Это в первую очередь вера в божественное происхождение царской власти. Царь — воплощение божественной истины, правды и справедливости, гарант стабильности в обществе, собственник всех земель, верховный главнокомандующий. Синаххериб вёл меньше войн, его титул пышнее, а богов он вспоминает меньше. Можно, видимо, сделать вывод о большей крепости его власти и мощи его государства.

10-8. — Да не посрамит земли Русской, но ляжем костями тут, ибо мёртвые срам не имут. Если же отступим, то будет позор нам! — изрѣк Святослав.

Срам (старослав.) — рус. сором; позор — от позрети, «посмотреть», первоначально — «зрелище». Срам совр. — (1) позор, стыд; (2) показ неприличных частей тела. Значение выражения — «мёртвые позора не имеют».

Общий корень — «рек» (чередование к/ч). Имярек (церковно-славянское «имя рекъ», буквально — «назвавши имя») служит заменой имени неизвестного лица в значении «некто», «такой-то».

Автор рисует Святослава Игоревича могущественным («грозный» и «великий»), так как Киев им мыслится как центр Русской земли, а князь, по представлению автора, должен быть главой всех. Он наделяет Святослава идеальными свойствами главы русских князей.

10-9. При оценке ответа учитывалось знание эпохи, её бытовых реалий, насущных общественных проблем, нравственных устоев; понимание особенностей жизненного уклада провинциального российского купечества; владение жанром диалога.

10-10. См. 9-9 школьного тура.

10 класс. Городской тур. Гуманитарный цикл

10-1. Составим следующую таблицу санскритских слов, размещая в одном столбце (строке) слова с одинаковыми окончаниями (началами слов):

yaḥ	yatra	yadā	
ekaḥ			
sarvaḥ	sarvatra		
	tatra		tathā

и таблицу русских слов (по смыслу):

который	где	когда	
тот же самый			
всякий	езде		
	там		так

Можно заметить, что столбцы и строки таблицы санскритских слов соответствуют столбцам и строкам русских переводов и невозможно найти другое расположение столбцов и строк данных матриц, при котором это соответствие сохраняется (таким образом, задача имеет единственное решение). Отсюда получаются правильные переводы.

Санскритские слова делятся на значащие части (морфемы): *ya-* — корень относительного местоимения (в задаче его можно принять за вопросительное — это не является ошибкой), *ta-* — корень указательного местоимения, *sarva-* — «весь», *eka-* — «тот же самый», «такой же»; *-h-* — аффикс прилагательного (им. пад. ед. ч. м. р.), *-tra-* — аффикс со значением места, *-dā-* — времени, *-thā-* — способа действия. Соответственно, *всегда* — *sarvada*, *всячески* — *sarvatha*, *как* — *yatha*, *одновременно* — *ekada*, *тогда* — *tada*.

10-2. Н. В. Гоголь. «Мёртвые души», 9 глава.

Всёлёнький, клеточки, материйку, «это такое очарованье, которого про-сто нельзя выразить словами»; «вообразите себе: полосочки узенькие-узенькие...»; «всё глазки и лапки, глазки и лапки, глазки и лапки...»; «фестончики, всё фестончики: пелеринка из фестончиков, на рукавах фестончики, эполетцы из фестончиков, внизу фестончики, везде фестончики». Используются уменьшительно-ласкательные суффиксы, придающие слащавость и фальшивую лобезность характеру разговора, повторы, апеллирование к воображению. Гоголь пародирует манеру говорить, самый язык дворянок с их лицемерным тяготением к манерности, чопорности и приличию.

Фестоны (фр. *feston*) — зубчатая кайма по краям штор, по подолу женского платья; отделка для украшения. Эполеты (фр. *epaulette*) — букв. плечико; погоны.

Голубой — голубь; коричневый — корица — кора (особого дерева). Корень «-чар-» (ст.-слав. чарь) слова «очаровательный» имеет значение «колдовство».

10-3. Отражены следующие характерные черты полиса: полис — гражданская община (античная форма собственности); зависимость статуса гражданина от владения землёй; проблема варваров, социальное неравенство в полисе; политическая автономия полиса; полис и принадлежащие ему земли — единое целое; полисная демократия; верховная власть народного собрания; община херсонетов; участие граждан в управлении полисом; раннеклассовое государство; подчинение личных интересов общественным.

10-4. На Руси существовала традиция ставить в честь знаменательных событий храмы. Предложенная последовательность храмов связана с победами русского оружия.

Церковь Всех Святых на Кулишках построена в память о всех погибших на Куликовом поле; храм Покрова, что на Рву — в память о победе над Казанским ханом Иваном Грозным; храм Казанской Божьей Матери на Красной площади — в память об освобождении Москвы от поляков в 1612 г.; храм Христа Спасителя воздвигнут в честь победы над Наполеоном в 1812 г.

10-5. Имеется в виду П. Я. Чаадаев, опубликовавший в 1836 г. в журнале «Телескоп» первое из восьми «Философических писем».

10-6. Гораций — древнеримский поэт. Цицерон — древнеримский оратор, писатель и государственный деятель. Рафаэль Санти — величайший итальянский художник, известный фресками и картинами с изображением Мадонны. Шиллер Иоганн Фридрих — немецкий мыслитель, поэт, драматург и теоретик искусства Просвещения. Парацельс — швейцарский врач, химик, естествоиспытатель. Стремился создать медицинскую науку, основанную на опытах и наблюдениях. Внёс много нового в учение о лекарствах. Франц Шуберт — немецкий композитор романтического направления. Жан Жак Руссо — выдающийся французский писатель и философ Просвещения XVIII века, гуманист. Идеи Руссо оказали воздействие на общественную мысль и литературу многих стран. Жорж Санд (псевдоним Авроры Дюпен) — выдающаяся французская писательница, сторонница идеи освобождения личности, в том числе эмансипации женщин, автор романов «Индиана», «Консуэло». К. П. Брюллов — русский живописец, автор знаменитых картин «Последний день Помпеи», «Всадница» и др. Людвиг Бюхнер — немецкий естествоиспытатель, врач, философ, материалист. Иоганн Вольфганг Гёте — немецкий писатель, поэт, государственный деятель, мыслитель и естествоиспытатель, автор трагедии «Фауст». Генрих Гейне — немецкий поэт, выдающийся мастер лирической поэзии.

Имена Рафаэля, Шиллера, Шуберта, Гёте возникают в сценах романа, изображающих полемику Базарова и братьев Кирсановых. Первый раз имя художника возникает в речи Павла Петровича Кирсанова, рассказывающего о русских художниках в Риме: «Рафаэля считают чуть ли не дураком, потому что это, мол, авторитет». Шиллер и Гёте в устах Павла Петровича — антитеза немцам-химикам, которых похвалил Базаров. «Ожидание» Шуберта играл на виолончели Николай Петрович. Бюхнера Аркадий и Базаров дали ему на прочтение вместо Пушкина, решив, что Николаю Петровичу «пора бросить эту ерунду» и «что-нибудь дельное почитать».

Имя Жорж Санд встречается в речи Кукшиной, рассуждающей о положении женщины в России. Томик Гейне возникает в сцене свидания Кати и Аркадия. Имена Горация, Парацельса, Цицерона, Руссо упомянуты отцом Базарова Василием Ивановичем. С ними связаны его представления об идеале естественной жизни, потребности в активной деятельности, о труде врача.

Тургенев показывает в романе ситуацию размежевания в общественной и семейной жизни в области политических и мировоззренческих вопросов, которая возникла в период перед реформой 1861 года в России во время правления Александра II в 1859 – 1861 годах, поэтому он не мог не употребить авторитетнейшие имена мировой литературы, культуры, науки, которые усиливали позиции идейных противников и придавали историческую достоверность изображённой в романе ситуации.

10-7. 1. Автор — А. С. Пушкин, приведён монолог Барона из «Скупого рыцаря».

2. Наибольшая неопределённость — в оценке объёма «горсти», однако высота холма пропорциональна корню кубическому из его объёма, ошибка в определении «горсти» даже в 5 раз приведёт к ошибке в высоте всего в 1,7 раза. Будем считать, что, захватив не очень сыпучую землю двумя руками, можно унести примерно 1 л. Тогда объём холма равен 1 000 000 л или

$1\,000\text{ м}^3$. Объём пирамиды $v = \frac{1}{3}sh$, где s — площадь её основания, h — высота. По условию $s = \frac{\pi h^2}{4}$ (диаметр равен высоте), и объём равен приблизительно $\frac{h^3}{4} = 1000\text{ м}^3$, откуда находим, что высота холма — примерно 16 м. Так что холм получился не такой уж «гордый».

3. Примем, что рост царя (до уровня его глаз) был как у среднего человека — 1 м 70 см. Тогда от подножия холма до глаз было 17,7 м; поскольку у нас — лишь примерные оценки, примем высоту обозрения равной 18 м. Ответ легко получить с помощью чертежа и простых расчётов. Прямая от глаз царя до линии горизонта образует прямой угол с радиусом Земли, проведённым к этой линии. Принимая приближённо радиус Земли равным 6000 км, получаем, что в прямоугольном треугольнике гипотенуза равна $6000 + 0,018$ км, один из катетов равен 6000 км, а другой нам надо найти, обозначим его через x . Получаем уравнение $x^2 + 6000^2 = (6000 + 0,018)^2$, откуда $x = 14,7$ км, так что царь мог видеть всего на 15 км. Так далеко видно, например, из окна 6-го этажа; намного проще было бы влезть на высокое дерево (хотя и не царское это дело).

10-8. См. 9-9 школьного тура. Русский текст:

Так жить, чтобы в конце концов
Привлечь к себе любовь пространства,
Услышать будущего зов.

10-9. См. 9-9 городского тура гуманитарного цикла.

10 класс. Городской тур. Математический цикл

10-1. Сумма первых двух дробей равна $\frac{2}{x(3x+2)}$. Прибавив к ней третью, получим $\frac{3}{x(4x+3)}$. Приравняв к правой части, приходим к квадратному уравнению и ответу $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

10-2. Если делитель числа $2N$ не совпадает с ним, то он не больше N (частное не меньше 2). По условию таких делителей $N-1$. Значит, если $N > 2$, то хотя бы одно из чисел $N-1$ и $N-2$ — делитель числа $2N$.

Пусть это $N-1$. Но $2N = 2(N-1) + 2$, поэтому 2 должно делиться на $N-1$, т. е. N равно 2 или 3.

Пусть теперь делителем является $N-2$. Тогда $2N = 2(N-2) + 4$, а потому и 4 должно делиться на $N-2$, т. е. N равно 3, 4 или 6.

Остаётся проверить перечисленные значения N и $N=1, 2$. Подходят $N=4$ и $N=6$, что соответствует $2N=8$ и $2N=12$.

10-3. Члены последовательности — удесятерённые квадраты последовательных простых чисел. Число 4410 не принадлежит последовательности, поскольку равно $10 \cdot 21^2$, а 21 не является простым числом.

10-4. Треугольники, на которые разрезан треугольник ABC , имеют общую сторону, а она имеет одну общую вершину с параллелограммом. Возможны два случая.

1) Это вершина B . Другой конец общей стороны принадлежит диагонали AC ; обозначим его M . Угол BMC равен одному из углов треугольника ABM , но в сумме с углом AMB составляет π и потому может равняться только ему — тогда оба угла прямые. В треугольнике ACD углы DAC и DCA равны соответственно ACB и BAC и потому острые. Значит, угол ADC — прямой, и параллелограмм является прямоугольником (независимо от соотношения сторон).

2) Вершина принадлежит диагонали AC — например, это A . Тогда другой конец общей стороны M находится на стороне параллелограмма BC . Угол AMB равен одному из углов треугольника AMC , но составляет π в сумме с углом AMC и потому равняется ему и является прямым. В треугольнике ACD прямым может быть только угол ACD (углы CAD и ADC равны соответственно углам ACM и ABM). В силу условия задачи один из катетов этого треугольника вдвое меньше гипотенузы. Отсюда углы параллелограмма равны 60° и 120° .

10-5. Пусть A — точка касания окружности с k_1 ; D — другой конец диаметра, проведённого из A (и перпендикулярного k_1 , а также k_2 и k_3); B и C — концы хорд на прямых k_2 и k_3 , расположенные по одну сторону от AD ; E и F — точки пересечения k_2 и k_3 с AD . Пусть $AD = 2R$ (т. е. R — радиус окружности), $AE = x$. Согласно условию задачи $AF = 2x$, $BE = 3$, $CF = 4$. Треугольники ABD и ACD — прямоугольные (AD — диаметр), и в них квадрат высоты, опущенной на гипотенузу, равен произведению полученных её отрезков. Отсюда $x(2R - x) = 9$, $2x(2R - 2x) = 16$. Умножив первое уравнение на 2 и вычтя из второго, находим, что $x = 1$, откуда $R = 5$.

10-6. Положим на чашки по 5 монет. Если чашки уравновесились, то все 10 монет — одинаковые. Теперь возьмём любые 7 из них и положим на одну чашку, а на другую положим те 7, которые не участвовали в первом взвешивании. Если вторая чашка перетянет, то нестандартная монета тяжелее остальных, а в противном случае — легче.

Если при первом взвешивании чашки не уравновесились, то на одной из них (скажем, более лёгкой) оставим прежние монеты. На вторую положим любые 5 монет, не участвовавших в первом взвешивании (они заведомо стандартные). Если первая чашка снова легче, то на ней нестандартная монета и она легче остальных. Если чашки равны по весу, то нестандартная монета была на более тяжёлой чашке, и тогда она тяжелее.

10-7. Правила замещения Марии Ивановны показывают, что она оценивает набор продуктов формулой

$$a = y + 2x \text{ при } y \geq 3x,$$

$$b = 2y + x \text{ при } y \leq 3x,$$

т. е. она готова сместиться от одного набора (x, y) к другому, если им соответствуют одинаковые оценки (a и b связаны, эта связь $7a = 5b$ определяется совпадением оценок при $y = 3x$). Тем самым на координатной плоскости с

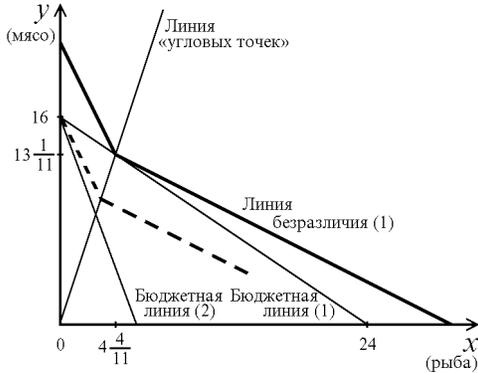


Рис. 22

координатами $(x; y)$ возникает «линия безразличия» — ломаная, состоящая из двух кусков лучей (так как $x \geq 0, y \geq 0$), задаваемых уравнением

$$y = \begin{cases} a - 2x & \text{при } y \geq 3x, \\ b - \frac{x}{2} & \text{при } y \leq 3x. \end{cases}$$

Для разных a (b) линии безразличия получаются одна из другой параллельным переносом вдоль прямой $y = 3x$. При этом чем больше a (и соответственно b), тем выше удовлетворённость Марии Ивановны своим питанием.

1. При данных ценах бюджетные ограничения (в тысячах рублей) имеют вид $20x + 30y \leq 480$. Точкой оптимального выбора будет набор $(x; y)$, для которого

$$\begin{cases} 20x + 30y \leq 480, \\ x \geq 0, y \geq 0, \end{cases}$$

и через который проходит линия безразличия с максимальными значениями a и b . Из рис. 22 видно, что это — угловая точка линии безразличия, лежащая на прямой $y = 3x$. Добавляя это уравнение в систему и решая её, находим, что $x = 4\frac{4}{11}, y = 13\frac{1}{11}$.

2. Эквивалентные наборы — те, которые находятся на линии безразличия, проходящей через точку $(4\frac{4}{11}, 13\frac{1}{11})$ (но все они дороже).

3. Бюджетные ограничения принимают вид $80x + 30y \leq 480$ и решение системы $x = 0, y = 16$ (от рыбы пришлось отказаться).

10-8. У Василия Тихоновича было два сына, следовательно, должны быть как минимум два человека с отчеством Васильевич. Первое предположение состоит в том, что это Тикён Вась и Илля Вась, а отчество у коми, как и у русских, следует за именем. Но это предположение приводит к противоречию: Педот Остап оказывается «ничьим» сыном. Следовательно, отчество должно предшествовать имени. Тогда сыновья Василия Тихоновича — это двое из

троих, имеющих отчество Вась (Вась Тикён, Вась Падей и Вась Педот). Узлам 2, 3, 7 и 8 соответствуют те, чьи имена не являются ничьими отчествами, но таких всего трое: Вась Падей, Тикён Падей и Педот Остап. Значит, у кого-то из числа имевших сыновей имя совпадает с именем кого-то бездетного. Тот, кто соответствует узлу 2, должен оказаться на пересечении этих двух множеств, следовательно, это Вась Падей.

Узлам 1 и 5 соответствуют те, у кого было по два сына — это могут быть Вась Тикён и Вась Педот, но не Тикён Вась и Илля Вась, так как Васильевич, кроме сыновей Василия Тихоновича, всего один. Значит, третий Васильевич — единственный сын.

Узлам 4 и 6 соответствуют те, у кого было по одному сыну — это Педот Илля и — методом исключения — либо Тикён Вась, либо Илля Вась. Сын человека по имени Педот Илля — это Илля Вась, у которого двух сыновей не было; следовательно, Илля Вась не может соответствовать узлу 5. Единственная возможность — Педот Илля соответствует узлу 6, Илля Вась — узлу 8. Значит, Тикён Вась соответствует узлу 4.

Узлу 5 соответствует отец человека по имени Педот Илля — т. е. Вась Педот; его второй сын (узел 7) — Педот Остап.

Узлу 1 соответствует Вась Тикён (единственный оставшийся Васильевич). Узлу 3 — оставшийся Тикён Падей.

10-9. Выигрышная стратегия 1-го игрока — быть всегда на диагонали 12:48, [13:49, 14:50, ..., 22:58] 23:59, т. е. называть время, на одинаковое число часов и минут меньше 23:59.

10 класс. Городской тур. Естественнонаучный цикл

10-1. Поршень поедет, когда давление паров достигнет (точнее — чуть превзойдёт) наружного, т. е. атмосферного — ведь поршень лёгкий. Это соответствует температуре 373 К. Перед вылетом поршня практически весь сосуд будет занят насыщенным (если хватит воды) паром и мы можем

считать его массу: $m = \frac{MPV}{RT} = \frac{0,018 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 0,002}{8,3 \cdot 373} \approx 1,16$ г. Итак, к моменту вы-

лета поршня останется почти 9 граммов воды. До начала движения поршня пара почти не было (атмосферное давление не давало испаряться воде под поршнем), тепло шло на нагревание 10 граммов воды от +20°C до +100°C. Для этого понадобилось $W_1 = 4200 \cdot 0,01 \cdot 80 \approx 3,4$ кДж.

При движении поршня температура практически не меняется, всё тепло идёт на испарение: $W_2 = 2,3 \cdot 1,16 \approx 2,7$ кДж.

10-2. Ток через одиночный вольтметр в два раза больше, чем через каждый из двух параллельно соединённых вольтметров, и в четыре раза больше, чем через каждый из четырёх параллельно соединённых вольтметров. Раз показание одного из двух параллельно включённых вольтметров 2 В, одиночный вольтметр покажет $U_1 = 2U_2 = 4$ В, а каждый из четырёх параллельно включённых вольтметров покажет $U_4 = U_2 : 2 = 1$ В.

Напряжение батарейки равно $U_1 + U_2 + U_4 = 7$ В.

10-3. Максимальная дальность полёта для случая, когда мяч не касается потолка, будет при максимальной высоте подъёма, равной 10 м. При боль-

шей скорости броска мяч ударится в потолок в точке, расположенной ближе к точке бросания, чем при оптимальной скорости, когда мяч почти коснётся потолка. После упругого удара о потолок пройденный участок траектории отразится зеркально и дальность броска будет меньше, чем при касании потолка. Скорость для оптимального броска найдём обычным способом:

$$t_{\text{под}} = \frac{v}{\sqrt{2g}}, \quad H = \frac{v}{2\sqrt{2}} \cdot t_{\text{под}} = \frac{v^2}{4g}, \quad v = \sqrt{4gH} = 20 \text{ м/с}.$$

Дальность броска при этом равна $\frac{v}{\sqrt{2}} \cdot 2t_{\text{под}} = \frac{v^2}{g} = 40 \text{ м}$.

10-4. В нижней точке своего движения шар остановится. Тогда, обозначив максимальную деформацию через x , из закона сохранения энергии имеем:

$Mg(H+x) = \frac{kx^2}{2}$. После преобразований это уравнение приобретает вид $x^2 - \frac{2Mgx}{k} - \frac{2MgH}{k} = 0$. Решение этого квадратного уравнения нужно выбрать

со знаком «плюс» перед корнем: $x = \frac{Mg}{k} + \left(\frac{M^2g^2}{k^2} + \frac{2MgH}{k} \right)^{\frac{1}{2}}$.

Максимальная скорость v_m будет в точке, где ускорение шара равно нулю, т. е. при $kx_1 = Mg$, $x_1 = \frac{Mg}{k}$. Запишем закон сохранения энергии для системы в начальном состоянии и в момент приобретения шаром максимальной скорости: $Mg(H+x_1) = \frac{Mv_m^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2}$. Подставляя в это равенство x_1 , полу-

чим: $v_m = \left(2gH + \frac{Mg^2}{k} \right)^{\frac{1}{2}}$.

10-5. 1. По аналогии «ррб» означает «частей на миллиард» (других больших чисел, название которых начинается на «b», нет). Биллион в англоязычных странах означает миллиард, т. е. 1 ррб означает 1 часть (бензина) на миллиард (10^9) частей (воды).

2. Поскольку плотности воды и бензина близки (отличаются примерно на 20 – 30%), то при исключительно малых концентрациях и приближённых оценках расчёты можно проводить как по массе, так и по объёму.

3. 0,2% от 50 л составляют 0,1 л (примерно полстакана) бензина. Воды же он загрязнит в 10^9 раз больше, т. е. 10^8 л или 10^5 м^3 (100 000 т)! Это целое озеро глубиной 5 м и размером $100 \times 200 \text{ м}$.

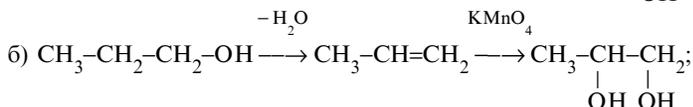
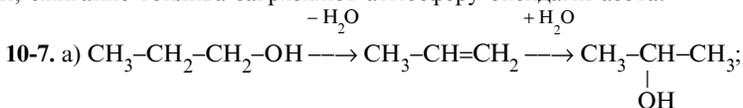
10-6. Образование больших количеств монооксида азота приводит к потере атмосферного озона:



Даже если NO успевает окислиться кислородом воздуха до NO_2 , по реакции (2) происходит образование NO . В самом же процессе разрушения озона образуется атомарный кислород:



Процессы (2) и (3) взаимосвязаны. Производства аммиака, азотной кислоты, сжигание топлива загрязняют атмосферу оксидами азота.



Двухатомные спирты в отличие от одноатомных взаимодействуют со свежесоздавшимся $\text{Cu}(\text{OH})_2$, образуя комплексное соединение синего цвета.

10-8. На корнях гороха, так же, как и других растений из семейства бобовых, живут клубеньковые бактерии, фиксирующие атмосферный азот. Поэтому горох имеет неограниченный источник азота и может «себе позволить» запастись белки. А просо (из которого делают пшённую кашу) азот получает из почвы, где его мало.

10-9. Да, может. Рост численности определённых видов при загрязнении окружающей среды может происходить в том случае, если загрязнение нанесло потребителю или конкуренту данного вида больший ущерб, чем самому виду. Возможна и ситуация, когда загрязняющие вещества становятся пищей для определённых видов.

11 класс. Школьный тур

11-1. Докажем, что $100\pi - \frac{\pi}{2} < 314 < 100\pi$. Правая часть очевидна: поскольку $\pi > 3,14$, то $100\pi > 314$. Левое неравенство эквивалентно такому: $\frac{199\pi}{2} < 314$, откуда $\pi < \frac{628}{199} = 3,15\dots$, что верно. Итак, угол в 314 радиан (и соответствующая числу 314 точка единичной окружности) находится в четвёртой четверти, поэтому его тангенс отрицателен.

11-2. Пусть вершины квадрата $ABCD$ имеют координаты $A(0, 0)$, $B(0, 1)$, $C(1, 1)$, $D(1, 0)$. Тогда из сторон AB и CD можно получить векторы, сумма которых равна $(0; 0)$, $(0; 2)$ или $(0; -2)$ — всего три варианта. Аналогично из сторон BC и AD можно получить векторы с суммой $(0; 0)$, $(2; 0)$ и $(-2; 0)$. Ответим теперь на вопросы задачи.

1. Суммы могут иметь координаты

$(0; 0)$, $(2; 0)$, $(-2; 0)$, $(0; 2)$, $(2; 2)$, $(-2; 2)$, $(0; -2)$, $(2; -2)$, $(-2; -2)$.

Их 9 штук. Можно было подсчитать их количество быстрее, если заметить, что каждая из трёх возможных сумм первой группы может быть сложена с

каждой из трёх сумм второй группы, причём все варианты различны, поэтому их всего $3 \cdot 3 = 9$ штук («правило произведения» в комбинаторике).

2. Легко видеть, что вариантов различных длин итоговых векторов-сумм всего три: длина вектора $(0; 0)$ равна 0, длина вектора $(\pm 2; 0)$ или $(0; \pm 2)$ равна 2, длина вектора $(\pm 2; \pm 2)$ равна $2\sqrt{2}$.

11-3. На шероховатой поверхности шара есть небольшие выступы, на которых поверхностная плотность заряда выше, чем на гладкой поверхности. Вблизи этих выступов в воздухе создаётся высокая напряжённость электростатического поля и начинается разряд через воздух — заряды «стекают» с выступов. Поэтому шероховатый шар теряет заряд быстрее, чем гладкий.

11-4. 1) Воспламенение спички, в пиротехнических изделиях; 2) горение серной головки спички; 3) горение природного газа в газовой плите; 4) «гашение» соды при выпечке кондитерских изделий, приготовлении омлета; 5) брожение дрожжевого теста, спиртовое брожение при изготовлении вина; 6) образование щелочной среды (за счёт гидролиза) при растворении мыла в воде; 7) приготовление газированной воды в сифоне.

11-5. «Одинарные» и «тринарные» номенклатуры существуют. Например, для обозначения людей с трудом, но хватает тринарной номенклатуры (фамилия, имя, отчество). Что же даёт бинарная номенклатура для обозначения биологических видов?

1. В отличие от одинарной номенклатуры не требуется придумывать миллионы слов для обозначения видов. Видовой эпитет *piget* могут одновременно иметь и какая-то бабочка, и какой-то зверь.

2. Наименование вида короче, чем в тринарной и других более сложных номенклатурах.

3. Уточнения в систематическом положении вида приводят к незначительным исправлениям. В случае одинарной номенклатуры после выделения подвида в отдельный вид недостаточно информированный человек не имел бы никакого представления о том, где искать новое название. При тринарной номенклатуре пришлось бы переименовывать виды и в случае «реорганизации» семейства, от чего бинарная номенклатура нас избавляет.

4. Бинарная (так же, как и «тринарная») номенклатура отражает родственные связи между видами.

Свойства 1, 3 и 4 являются преимуществами бинарной номенклатуры перед одинарной, а свойства 2 и 3 — перед тринарной.

Не надо путать понятия **номенклатура** и **классификация**! Использование бинарной номенклатуры не препятствует применению более высоких таксонов для отражения родственных связей. Биологи, установив свой выбор на бинарной номенклатуре, в результате вынуждены при работе с подвидами пользоваться как раз «тринарной» номенклатурой: род, вид и подвида (так что «тринарная» биологическая номенклатура — вовсе не обязательно семейство, род и вид).

11-6. Пират не прав. Солнце, естественно, будет всё так же вставать на востоке и садиться на западе.

11-7. Алгоритм. 1. В списке DATA даётся последовательность (длиной $M < 128$) символов и через READ она вводится в символьную переменную X\$. Затем присваивается: строковым переменным $Y\$(1) = \text{"начало"}$ и $Y\$(2) = \text{"конец"}$ (длиной не менее M) данного текста (так как $256 < \text{длина}$

текста < 512), а целочисленным переменным: искомой $K :=$ начальное значение 0 и $M :=$ длина $X\$$.

2. В цикле по L от 1 до 2 присваивается $N :=$ длина $Y\$(L)$ и выполняется цикл по I от 1 до $N - M$, в котором в $S\$$ из $Y\$(L)$ вырезается M символов, начиная с I -го. Если $S\$ = X\$$, то $K := K + 1$.

3. Выводится нулевое или положительное K с соответствующим комментарием $O\$$.

(Если среди символов есть служебные, то набор задаётся символьным массивом $X\$($), который обслуживается циклом по J от 1 до M .)

11-8. В отрывке можно выделить многие черты русского национального характера: изобретательность и предприимчивость, общинность и коллективизм, традиционность и лень, нежелание работать на благо общества. В их формировании сыграли роль благоприятные природно-географические условия Среднего Поволжья.

11-9. Цитаты характеризуют Кутузова (а, в, г) и Наполеона (б, д, е). Наполеон и Кутузов в романе — не просто два портрета на фоне истории. Они представляют полярные типы отношения к истории. История, подчиняющаяся власти человеческого разума и воли, — это история Наполеона. История, не зависящая от усилий отдельного человека, складывающаяся из множества причин и следствий, — история толстовского Кутузова. Поэтому Кутузов — герой-созерцатель, в его облике подчёркивается его «неучастие в принятии решений» — сонливость, дремота, старческая вялость. Наполеон, наоборот, представлен как деятель — и потому ему отказано не только в исторической значительности, но и в человеческой привлекательности. Его установка на собственную значимость подаётся Толстым как поза, актерство, в которых нет ни искренности, ни подлинной правды.

11-10. а) «Кумиры» — скульптурные изображения языческих богов (Перуна, Хорса, Дажь-бога, Стрибога, Симаргла, Мокоша). Также у данного слова есть второе значение, переносное — предмет слепого поклонения. В первом значении это слово является неодушевлённым: поставил Владимир (что?) кумиры (в винит. пад. мн. числа имеет окончание -ы); во втором значении это — одушевлённое существительное: нашел себе (кого?) кумиров (в вин. пад. мн. числа имеет окончание -ов). Фразеологическое сочетание — «не сотвори себе кумира». «Посадил» (здесь) — назначил на какое-либо место, поручил работу. «Добрыня» из «доба» — подходящий, соответствующий.

11-11. См. 9-9 школьного тура.

11 класс. Окружной тур

11-1. Если $\sin x = a$, то $\cos^2 x = 1 - a^2$ и $\cos x$ может принимать значения $\sqrt{1 - a^2}$ и $-\sqrt{1 - a^2}$. Поскольку $\cos x$ определяется однозначно, то $\sqrt{1 - a^2} = 0$, т. е. $a = 1$ или $a = -1$.

11-2. Пусть в четырёхугольнике $ABCD$ $AB = 11$, $BC = 7$, $CD = 3$, $DA = 9$. Опустим из точки B перпендикуляр BM на диагональ AC . Тогда

$$AM^2 - CM^2 = (AB^2 - BM^2) - (BC^2 - BM^2) = 11^2 - 7^2 = 72.$$

Опустим из точки D перпендикуляр DN на AC . Тогда

$$AN^2 - CN^2 = (AD^2 - DN^2) - (DC^2 - DN^2) = 9^2 - 3^2 = 72.$$

Таким образом, $AM^2 - CM^2 = AN^2 - CN^2$.

Если M и N — разные точки, то такое равенство невозможно, потому что из равенства $(a-x)^2 - x^2 = (a-y)^2 - y^2$ следует $a^2 - 2ax = a^2 - 2ay$, откуда $x = y$. Значит, точки M и N совпадают, точки B , D и M лежат на одной прямой, M является точкой пересечения диагоналей, а сами диагонали перпендикулярны (по построению точки M).

Возможно решение с использованием теоремы косинусов. Если O — точка пересечения диагоналей четырёхугольника, α — угол между его диагоналями, $OA = x$, $OB = y$, $OC = z$, $OD = t$, то справедливы такие равенства:

$$11^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha, \quad 3^2 = z^2 + t^2 - 2zt \cos \alpha,$$

$$7^2 = y^2 + z^2 + 2yz \cos \alpha, \quad 9^2 = t^2 + x^2 + 2tx \cos \alpha.$$

Сложив почленно равенства в каждой строке, получим, что

$$130 = x^2 + y^2 + z^2 + t^2 - 2xy \cos \alpha - 2zt \cos \alpha,$$

$$130 = y^2 + z^2 + t^2 + x^2 + 2yz \cos \alpha + 2tx \cos \alpha,$$

откуда следует, что $(xy + zt + yz + tx) \cos \alpha = 0$ и т. д.

11-3. Первый случай совсем прост. Стандартный расчёт э.д.с. индукции: по модулю она равна Bvl , сила тока через движущийся стержень $I_1 = \frac{Bvl}{1,5R} = \frac{2Bvl}{3R}$. Через каждый из оставшихся стержней течёт половинный ток. $1,5R$ получилось из расчёта полного сопротивления цепи. Условие задачи содержит упоминание о том, что сопротивления стержней велики. Это нужно для того, чтобы можно было не учитывать собственное магнитное поле получившихся токов (т. е. самоиндукцию).

Во втором случае в получившейся цепи одновременно действуют две «батарейки» — в каждый из движущихся стержней нужно поместить такой источник сторонних сил (эти силы появляются при неизменной индукции внешнего поля **только в движущемся проводнике**). Нужно нарисовать получившуюся схему и сообразить, что ток через неподвижный стержень не течёт — один из способов убедиться в этом заключается в том, чтобы рассмотреть схему при отключённом среднем стержне и убедиться, что напряжение между точками его подключения (т. е. между рельсами) равно нулю. Тогда ток в получившейся неразветвлённой цепи (ток через неподвижный стержень не течёт) определяется отношением полной э.д.с. к полному сопротивлению в цепи из двух стержней и рельсов, т. е. $I_2 = \frac{2Bvl}{2R} = \frac{Bvl}{R}$.

11-4. Одна из причин возникновения кариеса зубов — нарушение кислотно-щелочного баланса в полости рта вследствие образования молочной кислоты (продукта брожения глюкозы). Карбамид (мочевина) $(\text{NH}_2)_2\text{CO}$ проявляет слабощелочные свойства и нейтрализует кислоту.

Ксилит $\text{НОСН}_2(\text{СНОН})_3\text{СН}_2\text{ОН}$ — пятиатомный спирт — применяется как заменитель сахара, калорийный диетический продукт. Не является углеводом, для него не характерны реакции брожения.

Мочевина используется также для получения мочевино-формальдегидных смол, красителей, лекарственных препаратов. Карбамид — концентрированное азотное удобрение. Ксилит находит применение в производстве кондитерских изделий для больных диабетом, в производстве синтетических смол.

11-5. Широко известные факты, на которые могут опираться сторонники теории симбиогенеза, не проводя дополнительных исследований: митохондрии и хлоропласты окружены двойной мембраной (внутренняя мембрана рассматривается как собственная мембрана древнего микроорганизма, наружная — как мембрана пищеварительной вакуоли); митохондрии и хлоропласты имеют собственную ДНК, которая кодирует ряд белков (но не все), используемых внутри этих органоидов; митохондрии и хлоропласты способны к делениям, которые могут происходить независимо от делений «клетки-хозяина».

Возможные направления исследований (многие из них были проведены и дали аргументы в пользу теории симбиогенеза): изучить особенности химического строения и ультраструктуры внешних и внутренних мембран этих органоидов; продемонстрировать отличия рибосом митохондрий и хлоропластов от собственных рибосом клетки и их сходство с рибосомами безъядерных микроорганизмов; выявить какие-то тонкие особенности генетического материала митохондрий и хлоропластов и сравнить их с соответствующими участками в ядерных генах и в генах современных бактерий; показать, что у более эволюционно продвинутых животных митохондрии и хлоропласты всё более «теряют самостоятельность» — всё большее и большее количество необходимых для них белков кодируется не собственными, а ядерными генами; попытаться выявить нарушения работы клетки, когда включается процесс переваривания (гипотетический подход).

11-6. Для знатока неба очевидно, что поэт стоял лицом к югу (запад был справа); были вечерние сумерки; Луна восходила на востоке и освещалась заходящим Солнцем, следовательно, Луна была близка к полной, её фаза близка к полнолуннию; невысоко над горизонтом Луна кажется больше, как бы «ближе».

11-7. 1. Задаются длины M и N , описываются одномерные массивы: A длины M и B длины N . В цикле по I от 1 до M читается из списка $DATA$ значение текущего элемента $A(I)$, а в цикле по I от 1 до N читается значение текущего элемента $B(I)$.

2. Находится O — максимальная длина нового массива C из разных элементов, встречающихся в массивах A и B одновременно: $O := \text{MIN}(M, N)$. Описывается одномерный массив C длины O . Сначала счётчик его элементов $K := 0$.

3. Во внешнем цикле по I от 1 до M проверяется $A(I)$ на отсутствие в уже сформированном куске $C(L)$, L от 1 до K ; в случае присутствия выводится элемент $C(L)$, его места: L в C , первое I в A ; в случае отсутствия для нового $A(I)$ в цикле по J от 1 до N ищется пара в $B(J) = A(I)$ до первого равенства, при совпадении K увеличивается на 1, $C(K) := A(I)$ и выводятся: элемент $C(K)$, его места: K в C , первое I в A , первое J в B .

11-8. Важны особенности соотношения светской и духовной власти на Руси: подчинённость духовной власти светской (причины: формирование государства ранее утверждения Православной веры, сильные позиции

язычества, преобладание в русском характере эмоционального начала); промежуточное положение Руси между Востоком и Западом и наличие некоторых черт восточной цивилизации: представление о правителе как о духовном главе государства.

Тур — дикий бык. Символ большой силы воздействия. Первобытный бык должен был олицетворять жизненную силу и мужскую власть. Символ двойственен. Если сила и дикость его импонировали, то тупая бессмысленная жестокость его нападений, какую приходилось испытывать человеку, внушали ужас. Существуют символические ритуалы, содержание которых составляет состязание и победа над быком и принесение его в жертву.

Рысь — хищный зверь, известный благодаря своим особо острым глазам («рысьи глаза»), является в христианской иконографии существом, подчинённым царству дьявола. Кроме того, животным, символизирующим острое зрение: рысь якобы обладает способностью видеть даже сквозь стены. В гербовом искусстве (геральдике) рысь, или «тигровый волк», означает проворную, живую хитрость и ум, производящий впечатление исключительной остроты; подобное значение имеют рыси на именных гербах маркграфов Бранденбурга.

«Власть решить и вязать» — евангельское выражение. Решить (в форме соверш. вида) в значении «развязывать» употребляется только в данном устойчивом выражении, означающем «полная, непререкаемая власть». Борис Пастернак преобразует фразеологическое выражение, придаёт ему оттенок разговорности.

Отверзнет/отвьёрсти — открыть через элемент значения «освободить» синонимически связано со значением «отвязать».

11-9. Задание предполагает самостоятельное творческое высказывание. Учитывалось соблюдение жанра (эссе), умение отразить основные признаки: темп, ритм, динамизм; логичность размышления, своеобразие в видении и понимании проблемы, богатство языка. Проблемы: глобальных войн, тоталитаризма, конфликт личности и общества и др.

11-10. См. 9-9 школьного тура.

11 класс. Городской тур. Гуманитарный цикл

11-1. На первом месте в предложениях на языке ниуэ стоит показатель времени (*kua* — настоящее, *to* — будущее, *ne* — прошедшее), на втором — глагол (он не изменяется), потом — подлежащее, потом — дополнение (если есть). Существительные и местоимения не изменяются.

Перед каждым существительным и местоимением употребляется одно из слов *a*, *e* или *he*. В предложениях с переходными глаголами перед подлежащим стоит *he*, если это существительное нарицательное, и *e*, если это имя собственное или местоимение; перед дополнением стоит *e*, если это существительное нарицательное, и *a*, если это имя собственное или местоимение. В предложениях с непереходными глаголами подлежащее оформляется так же, как дополнение в предложениях с переходными глаголами.

Переводы. *Ne koukou a Pule. To kai e koe e kuli. Kua liti e Sione a koe. To kitia he manu e tama. Kua lele e kuli.*

11-2. Время — 20 – 30-е годы. События: коллективизация, создание колхозов («выселенцы» — выселенные в другие районы страны, преимущественно крестьяне); конституция 1918 и 1924 гг. («лишенцы» — лишённые

конституционных прав); Соловки (создание Соловецкого Лагеря Особого Назначения), ГУЛАГ, репрессии и культ личности.

11-3. Лазарет — небольшая больница при войсковой части. В средние века название больницы для прокажённых (по имени Лазаря, прокажённого нищего в евангельской притче, который лежал у ворот богача и рад был любому подаянию с его стола). В России впервые в 1714 г. при Петре I.

На сюжет притчи был создан духовный «стих о бедном Лазаре», который пели нищие калеки, выпрашивая подаяние. Так «бедный Лазарь» стал символизировать бедность, нищету, несчастную жизнь. Лазарить — побираться. Собственно само выражение «петь «Лазаря» косвенно (через имя) связано с евангельской притчей. Эти выражения называются «библейзмы».

11-4. Свидетельство о неравенстве сословий — в отчествах умерших. Привилегией князей и бояр было отчество на «вич». Идея равенства в том, что все — рабы Божии. Дата на надгробиях — от Сотворения Мира, отличающаяся от современного летоисчисления от Рождества Христова на 5509 лет (с сентября по декабрь) или на 5508 лет (с января по август).

11-5. Речь в стихотворении идёт о событиях Смутного времени. Князь и мещанин — руководители второго ополчения князь Дмитрий Пожарский и купец Кузьма Минин-Сухорук. Голод при Борисе Годунове, самозванцы, польская интервенция, Земский Собор, Михаил Романов. Другие «Смутные времена» — революция 1917 г. и последовавшая за ней гражданская война и события 90-х годов нашего века.

11-6. Марина Цветаева относилась к «чистым лирикам». В основе её поэзии — чувства, но отразилось и её время, и те события, свидетелем или участником которых ей довелось быть.

При оценке эссе учитывалось умение отобрать и точно скомпоновать литературный и исторический материал, фактическая точность отобранного материала, логичность и последовательность в изложении фактов, оригинальность замысла и композиционного решения, язык и стиль автора работы; орфографическая и пунктуационная грамотность.

11-7. 1863 год, Париж, открытие «Салона отверженных». Среди выставленных работ — полотна Мане, Писарро, Сезанна, Уистлера и др. Особенно потешались над картиной Эдуарда Мане «Завтрак на траве»: метод изображения, манера письма, сюжеты и темы были непривычны и шокировали. Стихотворение О. Мандельштама называется «Импрессионизм» (1932 г.).

11-8. 1. Хронометр. Хронос — по-гречески «время». Слова: хроника (запись или изложение последовательных событий), хроникёр (журналист из отдела хроники), хронический (затяжной, долго длящийся), хронология (последовательность исторических событий), хронометраж (измерение затрат рабочего времени), хронограф (прибор для точного измерения интервалов времени) и т. д.

Метрон — по-гречески «мера». Слова: нанометр, микрометр, миллиметр, сантиметр, дециметр, километр (единицы длины), кубометр (единица объёма), диаметр, периметр — (геометрические понятия), гексаметр (стихотворный размер), метраж (длина или площадь чего-либо), геометрия, планиметрия, стереометрия, тригонометрия (науки), геометр (учёный), барометр, манометр, тонометр, гигрометр, спектрометр, экспонетр, фотометр, термометр, вольтметр, амперметр, ваттметр, гальванометр, омметр, дозиметр, калориметр и колориметр, спидометр, динамометр, и т. д. (измерительные при-

боры), арифмометр (счётная машина) — русских слов с этим корнем много десятков.

2. Широту можно определить достаточно точно днём по максимальной высоте Солнца над горизонтом, а ночью — по высоте Полярной звезды. Это измерение можно проделать с помощью простейших приборов. При этом не требуется знание точного времени. Разность долгот двух мест на Земле равна разнице времён в обоих местах. Капитанам, конечно, была точно известна долгота Лондона, и если они знали точное лондонское время (по хронометру) и местное время (например, по Солнцу), то могли рассчитать долготу места.

11-9. См. 9-9 школьного тура. Русский текст:

Мне кажется, я подберу слова,
Похожие на вашу первозданность.

11-10. См. 9-9 городского тура гуманитарного цикла.

11 класс. Городской тур. Математический цикл

11-1. Так как скорость мальчика относительно эскалатора всегда одинакова, то пройденное число ступенек пропорционально времени движения. Это время обратно пропорционально скорости мальчика относительно земли, так как по отношению к земле он проходит то же расстояние. Пусть скорость эскалатора равна u , а скорость мальчика относительно эскалатора v . При движении по ходу эскалатора скорость мальчика относительно земли равна $u + v$, против хода — $v - u$, а по неподвижному эскалатору v . Из усло-

вия следует, что $\frac{u+v}{v-u} = \frac{60}{40}$, откуда $\frac{v}{u} = 5$, $\frac{u+v}{v} = \frac{6}{5}$, и на неподвижном эскала-

торе мальчик насчитает $40 \cdot \frac{u+v}{v} = 48$ ступенек.

11-2. Из уравнения следует, что $\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + 998x\right) &= \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + 999x\right) \\ \frac{\pi}{4} + 998x + \frac{\pi}{4} + 999x &= \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad x = \frac{k\pi}{1997} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \end{aligned} \right\}$ откуда определена при $\frac{\pi}{4} + 998x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi$, $\frac{\pi}{4} + 999x \neq \frac{\pi}{2} + l\pi$ (l, n — целые), но эти условия в данном случае выполняются.

11-3. Каждый член последовательности — произведение двух последовательных простых чисел: $6 = 2 \cdot 3$, $15 = 3 \cdot 5$, $35 = 5 \cdot 7$, ...

Число 3599 входит в последовательность, так как $3599 = 60^2 - 1 = 61 \cdot 59$.

11-4. Пусть диагональ AC больше стороны AB в $\sqrt{2}$ раз, O — середина AC (и точка пересечения с другой диагональю). Тогда AB больше AO также в $\sqrt{2}$ раз, и треугольники ABC и AOB подобны по общему углу и пропорциональности прилежащих сторон. Отсюда угол AOB равен углу ABC , и угол между диагоналями равен тому из углов параллелограмма, который меньше 90° , а именно 19° .

11-5. Наибольшее расстояние между точками грани $ABCD$ равно длине диагонали и равняется 2. Значит, сечение пересекается с этой гранью по диагонали — скажем, AC . С параллельной ей гранью оно пересекается по

параллельному отрезку EF . Так как его длина вдвое меньше, то (скажем, из подобия треугольников) он соединяет середины соседних сторон. Сечение является трапецией, и её площадь равна произведению полусуммы оснований на высоту. Для вычисления высоты соединим середины оснований AC и EF . Середину G отрезка EF ортогонально спроектируем на грань $ABCD$. Она попадёт в точку H диагонали BD , расположенную посередине между одним из её концов и её серединой O , которая является также серединой диагонали AC . Отрезок OH равен $\frac{1}{2}$. По теореме Пифагора отрезок OG равен

$$\sqrt{OH^2 + HG^2} = \frac{3}{2}. \text{ Отсюда площадь сечения равна } OG \cdot \frac{AC + EF}{2} = \frac{9}{4}.$$

11-6. Если N^2 оканчивается на 1001, то $(N+1)(N-1)$ оканчивается на 1000 и потому делится на 125 и 8, но не делится на 16. Числа $N+1$ и $N-1$ не могут оба делиться на 5, поэтому одно из них делится на 125. Хотя бы одно из них чётно — а тогда и другое, так как отличается на 2. Поэтому одно из чисел $N+1$, $N-1$ делится на 250. Ни одно из них не делится на 8, так как иначе произведение делилось бы на 16. Отсюда получаются варианты $N=251, 499, 501, 749$. Возведение в квадрат показывает, что подходят два последних: 501 и 749.

11-7. Имеем: $\frac{S}{2} = \frac{1}{1+1} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{99}}$. В каждом знаменателе заменим один из корней на корень из следующего натурального числа, в результате чего сумма уменьшится. Затем освободимся от иррациональностей в знаменателях. Они станут равны 1, и мы получим выражение

$$(\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{100}-\sqrt{99}) = 10 - 1 = 9.$$

Отсюда $S > 18$.

Теперь в выражении для $\frac{S}{2}$ заменим в каждом знаменателе, кроме первого, один из корней на корень из предыдущего натурального числа (сумма увеличится). Снова освободимся от иррациональностей в знаменателях и получим выражение

$$\frac{1}{2} + (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{99}-\sqrt{98}) = \sqrt{99} - \frac{1}{2} < 9,5,$$

откуда $S < 19$. Таким образом, $18 < S < 19$.

11-8. Система предпочтений Иванова определяется соотношением $xu = a$, где a — параметр, определяющий степень удовлетворённости нашего студента. Графически это соотношение задаёт «кривые безразличия», являющиеся в данном случае семейством гипербол вида $y = \frac{a}{x}$. По смыслу задачи $x \geq 0$, $y \geq 0$. Бюджетные ограничения задаются условием $800x + 1600y \leq 200\,000$. Точкой оптимального выбора является та точка множества допустимых решений системы

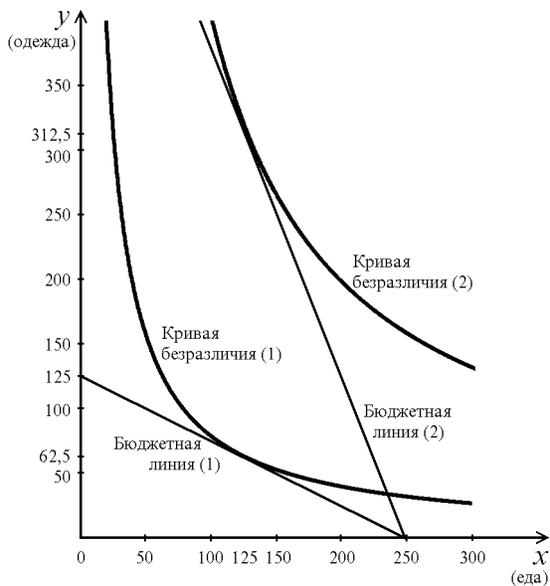


Рис. 23

$$\begin{cases} 800x + 1600y \leq 200\,000, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$$

через которую проходит кривая безразличия с максимально возможным a . Из рис. 23 видно, что это — точка касания гиперболы и прямой $800x + 1600y = 200\,000$. Отсюда $x = 250 - 2y$ и задача свелась к нахождению наибольшего значения функции $f(y) = y(250 - 2y)$.

Парабола $f(y) = -2y^2 + 250y$ своего максимума достигает в вершине при $y = 62,5$, соответственно $x = 125$. Итак, точка оптимального выбора — $x = 125$, $y = 62,5$, а гипербола $y = \frac{125 \cdot 62,5}{x}$ — соответствующая ей кривая безразличия (1). Во втором случае аналогичные рассуждения приводят к ответу $x = 125$, $y = 312,5$.

11-9. В татском языке считают двадцатками: двадцать — бисти, шестьдесят — сэбисти (три двадцатки), восемьдесят — чарбисти (четыре двадцатки). Названия остальных десятков образуются с помощью прибавления слова дэх (десять), например, чарбистдэх (девяносто), при этом конечное и выпадает. Числительные второго десятка образуются так: сначала дэх (10), потом число единиц.

Названия сотен пишутся раздельно (например, дю сад), названия десятков и числительных второго десятка — слитно (например, сэбисти, чарбистдэх, дэхчар). Количество единиц после десятков (кроме первого) пишется

раздельно. По-татски: 17 — дэхшэш, 87 — чарбисти хэфт, 223 — дю сад бисти сэ, 999 — нюх сад чарбистдэх нюх.

11-10. Алгоритм.

1. Задаются длины P , Q и R , описываются одномерные массивы: X длины M , Y длины P и Z длины Q . В цикле по I от 1 до P вводится с клавиатуры значение текущего элемента $X(I)$, в цикле по I от 1 до Q — значение текущего элемента $Y(I)$, а в цикле по I от 1 до R — значение текущего элемента $Z(I)$.

2. Новый массив из разных элементов, встречающихся в массивах X , Y и Z одновременно, не заводится, так как его элементы будут сразу выводиться. Сначала счётчик его элементов $K:=0$.

3. В общем цикле (так как массивы упорядочены по возрастанию) по $P1$ от 1 до P , по $Q1$ от 1 до Q , по $R1$ от 1 до R выясняется расположение $X(P1)$, $Y(Q1)$ и $Z(R1)$: в случае отставания только счётчик отстающего массива увеличивается на 1; в случае равенства элементов трёх массивов: K увеличивается на 1, выводится элемент $X(P1)$, его места: $P1$ в X , $Q1$ в Y и $R1$ в Z ; все три индекса $P1$, $Q1$ и $R1$ увеличиваются на 1.

11 класс. Городской тур. Естественнонаучный цикл

11-1. Чтобы тело массой $3M$ было неподвижно, в инерциальной системе отсчёта сила тяжести должна уравновешиваться силой натяжения веревки T . Следовательно, $T = 3Mg$. Тогда для лёгкого груза $Ma_1 = T - Mg = 2Mg$, т. е. $a_1 = 2g$, а ускорение блока $a_2 = a_1/2 = g$.

11-2. Давление газа равно силе упругости пружины, делённой на площадь поршня, следовательно, $P = \frac{kL}{S} = \frac{kLS}{S^2} = \frac{k}{S^2}V$ т. е. давление газа пропорционально объёму. Выразим работу газа при расширении через P и V : $A = P_{\text{ср}} \Delta V = 1,5P(2V - V) = 1,5PV$. Найдём приращение внутренней энергии газа: $\Delta U = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(2P \cdot 2V - PV) = 4,5PV = 3A$. Но работа газа равна изменению энергии пружины:

$$\frac{k(2L)^2}{2} - \frac{kL^2}{2} = 1,5kL^2 = 1,5PV.$$

Значит $PV = kL^2$. Тогда $Q = A + \Delta U = 6PV = 6kL^2$.

11-3. Условие максимальности тока: сумма напряжений на конденсаторах равна нулю, т. е. $U_1 = -U_2 = \frac{U_0}{2}$; $\frac{LI_{\text{макс}}^2}{2} + \frac{C\left(\frac{U_0}{2}\right)^2}{2} - \frac{C\left(\frac{U_0}{2}\right)^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2}$ (закон сохранения энергии). Отсюда $I_{\text{макс}} = U_0 \left(\frac{C}{2L}\right)^{\frac{1}{2}}$.

В конце концов колебания в цепи прекратятся, а часть энергии электрического поля конденсатора перейдёт в тепло (энергия излучённых электромагнитных волн в итоге тоже перейдёт в тепло):

$$\frac{CU_0^2}{2} = 2 \cdot \frac{C \left(\frac{U_0}{2} \right)^2}{2} + W_{\text{тепл}}, \quad W_{\text{тепл}} = \frac{CU_0^2}{4}.$$

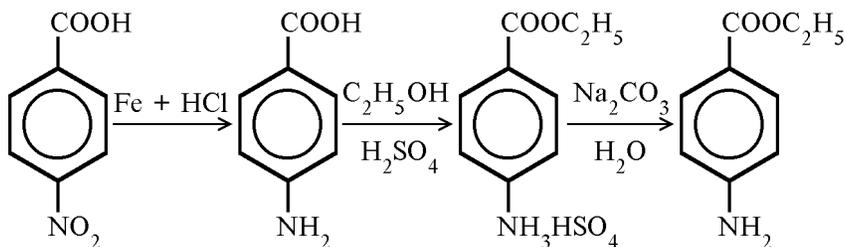
11-4. Напряжения на катушке и конденсаторе при последовательном соединении будут противофазны, т. е. $U_L - U_C = 220$ В, а $U_L = 330$ В (все значения напряжений — эффективные). Тогда

$$\frac{X_L}{X_C} = \frac{330}{110} = 3, \quad X_C = \frac{X_L}{3} = \frac{2\pi fL}{3}, \quad C_1 = \frac{1}{2\pi fX_C} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Ф} = 30 \text{ мкФ}.$$

Если допустить $X_L = X_C$, то возникнет резонанс и по цепи пойдёт очень большой ток, т. е. ёмкость $C_2 = 10$ мкФ недопустима.

11-5. Интенсивность окраски прямо пропорциональна количеству остатков тирозина в растворе. Масса белков в обоих растворах одинакова, поэтому расчёт можно проводить для любой массы, например, для 100 г. В 100 г альбумина (0,00294 моль) содержится $0,00294 \cdot 7 = 0,0206$ моль тирозина. В 100 г инсулина ($100:5800 = 0,0172$ моль) содержится $0,0172 \cdot 4 = 0,0688$ моль тирозина. Следовательно, более интенсивную окраску даст раствор инсулина, а именно, в $0,0688:0,0206$, т. е. примерно в 3,3 раза.

11-6.



11-7. В 70 г карбамида (1 моль) содержится $6 \cdot 10^{23}$ атомов С (из них в атмосферном CO_2 содержится $1,2 \cdot 10^{22}$ атомов) и в 4 раза больше атомов Н. При глубоком вдохе в лёгкие может попасть примерно 3 л воздуха, содержащего $3 \cdot 0,0004 = 0,0012$ л CO_2 или $5,4 \cdot 10^{-5}$ моль. Всего в атмосфере $\frac{10^{14} \cdot 10^6}{44} \cdot 0,02 = 4,5 \cdot 10^{16}$ моль CO_2 . Значит, в лёгкие могла попасть лишь $\frac{5,4 \cdot 10^{-5}}{4,5 \cdot 10^{16}} = 1,2 \cdot 10^{-21}$ часть всего атмосферного CO_2 или $1,2 \cdot 10^{-21} \cdot 1,2 \cdot 10^{22} = 14$ молекул CO_2 , образовавшихся из «древнего» карбамида. В стакане примерно 180 г воды (10 моль), всего на Земле $1,4 \cdot 10^{18} \cdot 10^6 : 18 = 7,8 \cdot 10^{22}$ моль воды,

в которой $24 \cdot 10^{23}$ «карбамидных» атомов Н. Выпита $\frac{180}{7,8 \cdot 10^{22}} \approx 1,3 \cdot 10^{-22}$ часть

воды, в ней содержится $1,3 \cdot 10^{-22} \cdot 24 \cdot 10^{23} \approx 300$ «древних» атомов Н.

11-8. ДДТ мог смываться дождями с полей в водоёмы или попасть туда вместе с отравленными насекомыми, упавшими в воду. Эти насекомые могли быть съедены рыбами, совершающими значительные миграции и оказавшимися в северных морях. Там рыба могла быть съедена тюленем, а тот, в свою очередь, мог стать добычей белого медведя. Песцы могли кормиться на останках «пиршества» белого медведя и таким образом получить свою порцию яда.

ДДТ, попавший в организм животного или человека, способен постепенно накапливаться там, практически не разрушаясь и не выходясь во внешнюю среду.

11-9. Внеклеточное переваривание пищи имеется у бактерий и большинства многоклеточных животных. Внутриклеточное переваривание пищи — у простейших, губок и плоских червей.

Более древним является внеклеточное переваривание пищи с выделением ферментов наружу — оно существует уже у бактерий. Внутриклеточное переваривание пищи возможно только у эукариот (ядерных организмов).

11-10. На первый взгляд — да, так как звезда является точечным источником света: её диаметр во много раз меньше, чем расстояние от звезды до наблюдателя. Но если учесть физиологические особенности глаза — расширение зрачка, которое происходит в темноте, когда диаметр зрачка в несколько раз превышает толщину спички, то становится очевидным, что свет от звезды попадает на зрачок независимо от расстояния между спичкой и глазом, а, следовательно, на сетчатку глаза, т. е. звезда остаётся видимой для наблюдателя.

Полярная звезда берётся в качестве объекта наблюдения лишь потому, что она является звездой второй звёздной величины и, следовательно, визуально различима только на фоне тёмного ночного неба. Обгоревшая спичка исключает возможность варианта, когда горящая спичка на фоне тёмного неба способствует сильному сужению зрачка наблюдателя.