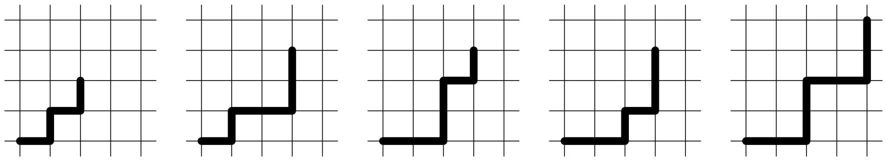
Числа Каталана: еще два описания

3.

$(\wp)$ Способы выбрать число k и разбить числа $1, 2, \ldots, k$ на $n+1$ незацепленных групп так, что любые два числа из одной группы различаются по крайней мере на 3

1-2-3-4 14-2-3-5 15-2-3-4 25-1-3-4 16-25-3-4

$(\mathring{v})$ Пути на клетчатой бумаге с началом в точке $(0,0)$, не поднимающиеся выше прямой $y = x$ и заканчивающиеся на этой прямой, с $n-1$ «поворотами вверх» и без трех последовательных шагов в одном направлении



Catalan Numbers: Two More Interpretations

3.

$(\wp)$ Noncrossing partitions of $1, 2, \ldots, k$ (for different k) into $n+1$ blocks such that any two elements of the same block differ by at least three

$+$ 1-2-3-4 14-2-3-5 15-2-3-4 25-1-3-4 16-25-3-4

$(\mathring{v})$ Lattice paths starting at $(0,0)$, never rising above the diagonal and ending on it, "turning upwards" $n-1$ times, without three consecutive steps in the same direction