Турнир математических боёв
Командная олимпиада. Лига 9Б. 8 октября 2006 г.

1. В каждой клетке таблицы 4×4 стоит либо крестик, либо нолик, при этом в вершинах любого прямоугольника, образованного клетками таблицы, есть хотя бы один крестик. Докажите, что в клетках таблицы написаны не менее семи крестиков.

2. В ромбе $ABCD$ угол A равен $60°$, а точки M и N взяты на сторонах AD и CD соответственно, причем $\angle MBN = 60°$. Докажите, что $MB = MN$.

3. У четырёхзначного числа A переставили некоторые цифры местами и получили четырёхзначное число B. Найдите наибольшее возможное значение разности A и B.

4. Все уравнения с положительными коэффициентами $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ имеют корни. Какими могут быть коэффициенты a, b, c?

5. В однокруговом турнире по футболу (каждая команда играет с каждой ровно по одному разу) участвовали команды девочек и мальчиков, причём команд мальчиков втрое больше. Известно, что число побед, одержанных девочками, равно числу побед, одержанных мальчиками. Ничьих не было. Можно ли утверждать, что в турнире победила команда девочек? (Победившей считается команда, выигравшая наибольшее число игр.)

6. В тысячезначном числе все цифры, кроме одной — пятёрки. Докажите, что оно не является полным квадратом.

7. Дан параллелограмм $ABCD$. Окружность с центром O, описанная вокруг $\triangle ABD$, вторично пересекает прямые BC и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что луч AO делит угол EAF пополам.

8. Мальчик рисует на плоскости непересекающиеся квадраты, а девочка тут же их раскрашивает в один из четырёх цветов. Может ли девочка так выбирать краски, чтобы любые два квадрата, границы которых содержат общий отрезок, были покрашены в разные цвета?

Турнир математических боёв
Командная олимпиада. Лига 9Б. 8 октября 2006 г.

1. В каждой клетке таблицы 4×4 стоит либо крестик, либо нолик, при этом в вершинах любого прямоугольника, образованного клетками таблицы, есть хотя бы один крестик. Докажите, что в клетках таблицы написаны не менее семи крестиков.

2. В ромбе $ABCD$ угол A равен $60°$, а точки M и N взяты на сторонах AD и CD соответственно, причем $\angle MBN = 60°$. Докажите, что $MB = MN$.

3. У четырёхзначного числа A переставили некоторые цифры местами и получили четырёхзначное число B. Найдите наибольшее возможное значение разности A и B.

4. Все уравнения с положительными коэффициентами $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ имеют корни. Какими могут быть коэффициенты a, b, c?

5. В однокруговом турнире по футболу (каждая команда играет с каждой ровно по одному разу) участвовали команды девочек и мальчиков, причём команд мальчиков втрое больше. Известно, что число побед, одержанных девочками, равно числу побед, одержанных мальчиками. Ничьих не было. Можно ли утверждать, что в турнире победила команда девочек? (Победившей считается команда, выигравшая наибольшее число игр.)

6. В тысячезначном числе все цифры, кроме одной — пятёрки. Докажите, что оно не является полным квадратом.

7. Дан параллелограмм $ABCD$. Окружность с центром O, описанная вокруг $\triangle ABD$, вторично пересекает прямые BC и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что луч AO делит угол EAF пополам.

8. Мальчик рисует на плоскости непересекающиеся квадраты, а девочка тут же их раскрашивает в один из четырёх цветов. Может ли девочка так выбирать краски, чтобы любые два квадрата, границы которых содержат общий отрезок, были покрашены в разные цвета?