

1. Даны три точки не лежащие на одной прямой. Постройте окружность с центром в одной из них, такую, что касательные, проведенные к ней из двух других точек были бы параллельны.
2. Радиус описанной окружности треугольника ABC равен радиусу окружности, касающейся стороны AB в точке C и продолжений двух других сторон в точках A' и B'. Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABC совпадает с ортоцентром (точкой пересечения высот) треугольника A'B'C'
3.  $g(t) = t^2 + t$ . Докажите, что уравнение  $4g(x) = g(y)$  не имеет натуральных решений.
4. На доске написаны три натуральных числа, не превосходящих 40. За один ход можно увеличить любое из написанных чисел на число процентов, равное одному из двух оставшихся чисел, если в результате получится целое число. Существуют ли такие исходные числа, что за несколько ходов одно из чисел на доске можно сделать больше 2017?
5. Даны  $M \geq 3$  точек, занумерованных числами  $1, 2, \dots, M$ . Каждые две точки соединены стрелкой от меньшего числа к большему. Раскраску всех стрелок в красный и синий цвета назовем «однобокой», если нет двух таких точек A и B, что от A до B можно добраться и по красным стрелкам, и по синим. Найдите количество «однобоких» раскрасок.
6. В компании из  $2n + 1$  человек для любых  $n$  человек найдется еще один человек, знакомый с каждым из них. Докажите, что в этой компании найдется человек, знающий всех.
7. Саше и Маше подарили одинаковые наборы из  $N$  гирь, в которых массы любых двух гирь различаются не более, чем в 1,25 раз. Саше удалось разделить все гири своего набора на 10 равных по массе групп, а Маше удалось разделить все гири своего набора на 11 равных по массе групп. Найдите наименьшее возможное значение  $N$ .
8. Найдите все нечетные натуральные числа  $n > 1$  такие, что для любых взаимно простых делителей  $a$  и  $b$  числа  $n$  число  $a + b - 1$  также является делителем  $n$ .