# Полуфинал Московского турнира математических боёв. Лига 8А

**Задача 1.** В фирме «Рога и копыта» работают 1111 сотрудников. По распоряжению мэра Черноморска каждый сотрудник должен в течение года отработать 7 дней подряд на благоустройстве городской территории. Докажите, что в течение этого года найдётся семь дней (не обязательно идущих подряд), когда благоустройством занималось нечётное число работников фирмы.

**Задача 2.** Верно ли, что каждое натуральное число является разностью двух натуральных чисел, имеющих одинаковое количество простых делителей?

**Задача 3.** Дан треугольник $ABC$. Точка $A_1$ симметрична вершина $A$ относительно прямой $BC$, а точка $C_1$ симметрична вершине $C$ относительно прямой $AB$. Докажите, что если точки $A_1$, $B$ и $C_1$ лежат на одной прямой и $C_1B = 2A_1B$, то угол $CA_1B$ — прямой.

**Задача 4.** Докажите, что произвольный треугольник можно разрезать на любое большее трёх число равнобедренных треугольников.

**Задача 5.** Какое из чисел больше: $31^{111}$ или $17^{138}$?

**Задача 6.** На доске выписаны все целые числа от 1 до 14, каждое — по одному разу. Двое играющих по очереди стирают по одному числу до тех пор, пока не останется ровно два числа. Если их сумма — точный квадрат, то выигрывает второй, иначе — первый. Кто выигрывает при правильной игре?

**Задача 7.** На сторонах $BC$, $CA$ и $AB$ треугольника $ABC$ выбраны точки $A_1$, $B_1$, $C_1$ так, что медианы $A_1A_2$, $B_1B_2$, $C_1C_2$ треугольника $A_1B_1C_1$ соответственно параллельны прямым $AB$, $BC$, $CA$. Определите, в каком отношении точки $A_1$, $B_1$, $C_1$ делят стороны треугольника $ABC$.

**Задача 8.** На шахматной доске размером $1000 \times 1000$ стоит чёрный король и 499 белых ладей. Докажите, что при произвольном начальном расположении фигур король может стать под удар белой ладьи, как бы ни играли белые.