# Финал Московского турнира математических боёв. Лига 8А

**Задача 1.** $BD$ — биссектриса угла $B$ треугольника $ABC$. Точка $E$ выбрана так, что $\angle EAB = \angle ACB$, $AE = DC$, и при этом отрезок $ED$ пересекает отрезок $AB$ в точке $K$. Докажите, что $KE = KD$.

**Задача 2.** $N$ цифр — единицы и двойки — расположены по кругу. Изображённым назовём число, образуемое несколькими цифрами, расположенными подряд (по часовой стрелке или против часовой стрелки). При каком наименьшем значении $N$ все четырёхзначные числа, запись которых не содержит цифр, отличных от 1 и 2, могут оказаться среди изображённых?

**Задача 3.** Внутри равнобедренного треугольника $ABC$ ($AB = BC$) отметили точки $M$, $N$, $K$ (точка $N$ — ближайшая к стороне $AC$) так, что $MN \parallel BC$, $NK \parallel AB$. Докажите, что $AM + KC > MN + NK$.

**Задача 4.** Два игрока по очереди красят клетки доски $3 \times 3$. Вначале все клетки белые. Первый игрок красит клетки в красный, а второй — в синий цвет. За один ход каждый может закрасить не более трёх клеток, из которых не более одной небелой. Первый игрок хочет получить красный квадрат $2 \times 2$. Может ли второй ему помешать?

**Задача 5.** Десятизначное число, кратное 11111, все цифры которого различны, назовём *интересным*. Сколько существует интересных чисел?

**Задача 6.** Можно ли подобрать такие четыре натуральных числа, чтобы сумма любых двух из них была степенью числа 5?

**Задача 7.** На плоскости расположено несколько равных непересекающихся кругов. Верно ли, что их можно раскрасить в три цвета так, что никакие два одноцветных круга не касаются?

**Задача 8.** Наследство состоит из нескольких бриллиантов и оценивается в 1 000 000 долларов. Известно, что его можно разделить на 5, а можно и на 8 равных (по стоимости) частей. Какую наибольшую стоимость может иметь самый дешёвый бриллиант?