Полуфинал 9Б.

1. На доске написаны k чисел. Известно, что сумма любых трёх подряд идущих чисел отрицательна, а сумма всех чисел положительна. При каких k это возможно?

2. Дана окружность с центром O и её диаметр AB. Точка X движется по окружности, и на каждом радиусе OX откладывается отрезок OM, длина которого равна расстоянию от X до AB. Найти геометрическое место точек M.

3. Какое наименьшее количество уголков из трех клеточек нужно разместить в квадрате 8×8 клеток так, чтобы в него нельзя было больше поместить без наложения ни одной такой фигуры?

4. Найдите все тройки натуральных чисел (x, y, z), для которых все три числа: $x^y + z, y^z + x, z^x + y$ являются простыми.

5. В четырехугольнике $ABCD$ $AB||CD$. Некоторая прямая пересекает стороны BC и AD, диагонали AC и BD, и продолжения сторон AB и CD так, что на этой прямой отсекаются равные отрезки. Каким может быть отношение $AB : CD$?

6. Если в некоторый момент на экране компьютера появляются a треугольников и b кругов, то через 5 секунд становится $3a-2b$ треугольников и $3b - 2a$ кругов. Этот процесс продолжается до тех пор, пока какое-то из чисел, определяющих количество фигур, не станет отрицательным. В каких случаях этот процесс может продолжаться вечно?

7. В турнире по волейболу участвовало 12 команд. Оказалось, что не было команды, проигравшей всем остальным. Можно ли утверждать, что найдутся такие команды A, B и C, что A выиграла у B, B выиграла у C, а C выиграла у A?(каждая команда сыграла с каждой один раз; ничьих в волейболе не бывает).

8. На столе лежат 6 кучек спичек: по 10, 11, 12, 13, 14 15 спичек соответственно. Ход состоит в том, что можно взять из любой кучки 1 спичку, либо объединить в одну кучу 2 непустые кучи, количества спичек в которых одной чётности. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?