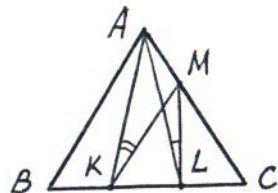


# ЛIX Московская городская математическая олимпиада

## 8 класс

1. Известно, что  $a + b^2/a = b + a^2/b$ . Верно ли, что  $a = b$ ?
2. По кругу расставлены 10 железных гирек. Между каждыми соседними гирьками находится бронзовый шарик. Масса каждого шарика равна разности масс соседних с ним гирек. Докажите, что шарики можно разложить на две чашки весов так, чтобы весы уравнились.
3. В узлах клетчатой бумаги живут садовники, а вокруг них повсюду растут цветы. За каждым цветком должны ухаживать три ближайших к нему садовника. Один из садовников хочет узнать, за каким участком он должен ухаживать. Нарисуйте этот участок.
4. Дан равносторонний треугольник  $ABC$ . Сторона  $BC$  разделена на три равные части точками  $K$  и  $L$ , а точка  $M$  делит сторону  $AC$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $A$ . Докажите, что сумма углов  $AKM$  и  $ALM$  равна  $30^\circ$ .
5. В углу шахматной доски размером  $n \times n$  полей стоит ладья. При каких  $n$ , чередуя горизонтальные и вертикальные ходы, она может за  $n^2$  ходов побывать на всех полях доски и вернуться на место? (Учитываются только поля, на которых ладья останавливалась, а не те, над которыми она проносилась во время хода. За каждым горизонтальным ходом должен следовать вертикальный, а за вертикальным — горизонтальный.)
6. а) Восемь школьников решали 8 задач. Оказалось, что каждую задачу решили 5 школьников. Докажите, что найдутся такие два школьника, что каждую задачу решил хотя бы один из них.  
б) Если каждую задачу решили 4 ученика, то может оказаться, что таких двоих не найдётся (приведите пример).



Москва, 3 марта 1996 года