

Задача 1. Сколько кубиков надо добавить к фигуре, изображенной на рисунке 1, чтобы получилась фигура, изображенная на рисунке 2?

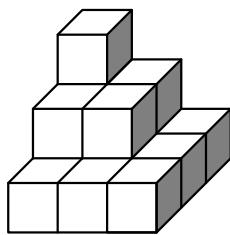


Рис. 1

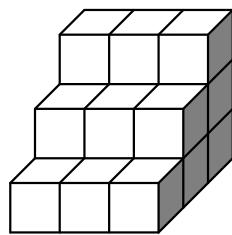


Рис. 2

Ответ: 4 кубика.

+ приведен верный ответ

Задача 2. Володя купил несколько яблок и принес их домой. Сестра спросила его: «Сколько ты заплатил за яблоки?» Володя ответил: «А вот угадай. Я купил в 4 раза больше яблок, чем ты вчера, но заплатил за каждое яблоко вдвое меньше». Сколько денег заплатил Володя, если его сестра истратила 75 рублей?

Ответ: 150 рублей.

Если бы Володя купил яблоки по той же цене, что и сестра, то заплатил бы за них $75 \cdot 4 = 300$ рублей. Так как за каждое яблоко он платил в 2 раза меньше, то Володя истратил $300 : 2 = 150$ рублей.

± приведен только верный ответ

Задача 3. Дедка **вдвое** сильнее Бабки, Бабка **втрое** сильнее Внучки, Внучка **вчетверо** сильнее Жучки, Жучка **впятеро** сильнее Кошки, Кошка **вшестеро** сильнее Мышки. Если нет Мышки, то все остальные не могут вытащить репку, а вместе с Мышкой — могут. Сколько мышек надо собрать вместе, чтобы эти мышки смогли вытащить репку сами?

Ответ: 1237 мышек.

Подсчитаем силу каждого в «мышках».

	Сила
Кошка	6 мышек
Жучка	5 кошек = 30 мышек
Внучка	4 жучки = 120 мышек
Бабка	3 внучки = 360 мышек
Дедка	2 бабки = 720 мышек

Для того чтобы вытащить репку, тянуть должны все вместе. Найдем их «коллективную» силу: $720 + 360 + 120 + 30 + 6 + 1 = 1237$.

± приведен только верный ответ

Задача 4. Школьный звонок был сломан. Он начинал звенеть каждый раз, когда на электронных часах появлялась цифра 1, и звенел до тех пор, пока какая-нибудь единица была на циферблате часов. Сколько всего времени в течение суток звенел школьный звонок? (Электронные часы показывают время от 00 : 00 до 23 : 59.)

Ответ: 15 часов.

Во-первых, школьный звонок звенел, когда в числе, обозначающем часы, была цифра один. Возможные варианты: 01, 10, 11, ..., 19 и 21 час. Каждый раз звонок звенел в течение часа. Итого — 12 часов.

Во-вторых, он звенел, когда число часов не содержало цифры один (таких часов было $24 - 12 = 12$), а минут было 01, 10, 11, 12, ..., 19, 21, 31, 41 или 51 — по 15 минут каждый час. Итого — еще 3 часа.

± приведен только верный ответ или верно рассмотрен только один из случаев

Задача 5. Сад разбит на квадраты. Садовник начал обход с нижнего левого квадрата, обошел весь сад и вернулся в тот же угловой квадрат. В закрашенных квадратах он не был (там помещались различные постройки). Во всех остальных квадратах садовник побывал по одному разу, причем через вершины квадратов он не проходил. Начертите возможный путь садовника.

Ответ: например, см. рисунок 5.1.

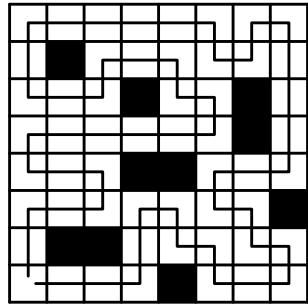
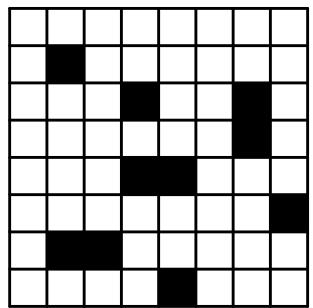


Рис. 5.1.

- + ставится за любой верный обход
- если обойден не весь сад

Задача 1. Малыш режет круглый пирог по прямым линиям, проходящим через центр пирога. Всего он сделал 20 разрезов (от края до края). Сколько получилось кусков? Ответ объясните.

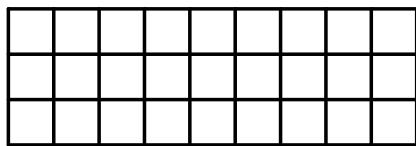
Ответ: 40 кусков.

После первого разреза получается два куска, после второго — 4, затем — 6, 8 и т. д., то есть после каждого следующего разреза количество кусков увеличивается на 2.

+ приведен верный ответ и указано, что после каждого разреза количество частей увеличивается на 2;

± приведен только верный ответ.

Задача 2. Разрежьте прямоугольник 3×9 на восемь квадратов (по границам клеток).



Ответ: например, см. рисунок 6.2.

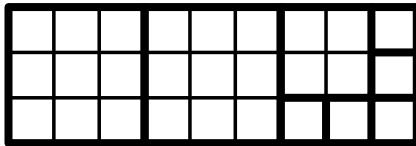


Рис. 6.2.

Задача 3. Определите, какая из сумм больше: сумма всех четных чисел до тысячи ($2 + 4 + 6 + \dots + 996 + 998 + 1000$) или сумма всех нечетных чисел до тысячи ($1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 997 + 999$)?

Ответ: сумма четных чисел больше.

Первый способ. Четные и нечетные числа чередуются. Разобъем их на пары $(1; 2)$, $(3; 4)$, $(5; 6)$, ..., $(999; 1000)$. В каждой паре четное число больше нечетного.

Второй способ. Вычислим: 1) $2 + 4 + 6 + \dots + 996 + 998 + 1000 = (2 + 1000) + (4 + 998) + \dots + (500 + 502) = 1002 \cdot 250 = 250\,500$.

2) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 997 + 999 = (1 + 999) + (3 + 997) + \dots + (499 + 501) = 1000 \cdot 250 = 250\,000$.

± приведен только верный ответ

Задача 4. Укажите массы пяти гирь, с помощью которых можно взвесить на чашечных весах любой груз с целой массой от 1 г до 31 г. (Гири можно класть только на одну чашку весов). Достаточно перечислить массы гирь.

Ответ: 1 г, 2 г, 4 г, 8 г, 16 г.

Приведенный ответ — единственный (доказывать это не требуется).

Задача 5. У Коли есть настенные часы, спешащие на 2 минуты в час, и будильник, отстающий на 1 минуту в час. Вчера Коля поставил правильно и часы, и будильник. Когда он проснулся, часы показывали 7 часов 30 минут, а будильник — 7 часов. А сколько времени было на самом деле? Ответ объясните.

Ответ: 7 часов 10 минут.

Если прошло x часов, то часы убежали на $2x$ минут, а будильник отстал на x минут. Разность их показаний равна $3x$ минут. Следовательно, $x = 10$.

± приведен только верный ответ

Задача 1. Решите ребус: $\ast\ast\ast - \ast\ast\ast = 1$, если вместо звездочек разрешается вставить два нуля, две девятки, одну единицу и одну двойку. Укажите все решения.

Ответ: $902 - 901 = 1$ и $200 - 199 = 1$.

⊕ приведены оба верных ответа;

+/2 приведен только один верный ответ

Наличие в работе "решения" $092 - 091 = 1$ на оценку не влияет.

Задача 2. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на три равные части (по границам клеток).

Ответ: например, см. рисунок 7.2.

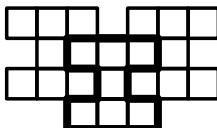
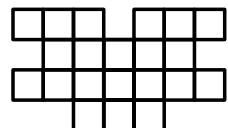


Рис. 7.2



Задача 3. В углах квадрата написаны числа 1, 2, 3, 4 в некотором порядке. Некоторое количество таких квадратов сложили в стопку и подсчитали суммы чисел в каждом углу стопки. Могли ли все 4 суммы оказаться равными 2003.

Ответ: нет, не могли.

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$, сумма всех записанных чисел должна делиться на 10, но число $2003 \cdot 4$ не оканчивается нулем.

⊕ приведен только верный ответ

Задача 4. Можно ли провести на плоскости 2003 прямые, каждая из которых пересекала бы ровно 2000 из них?

Ответ: нельзя.

Пусть каждая прямая пересекает ровно 2000 прямых. Тогда она не пересекает ровно две прямые, то есть параллельна каждой из них. Таким образом, 2003 прямые разобьются на тройки параллельных прямых. Но число 2003 не делится на 3.

⊕ приведен только верный ответ

Задача 5. За круглым столом сидели восемь человек, каждый из которых либо рыцарь, либо лжец (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут). Каждый из них сказал: «Мои соседи — лжец и рыцарь.» Сколько лжецов сидело за столом?

Ответ. 8 лжецов.

Пусть за столом сидит хотя бы один рыцарь. Тогда по разные стороны от него сидят лжец и еще один рыцарь. У нового рыцаря уже есть один сосед-рыцарь, поэтому по другую сторону от него сидит лжец. Продолжая двигаться по кругу, мы однозначно восстанавливаем 7 человек (см. рисунок 7.5). Но на восьмое место мы не можем посадить ни рыцаря (поскольку тогда у него будут два соседа-лжеца), ни лжеца (поскольку тогда у его соседей-лжецов по одну сторону будет сидеть лжец, а по другую — рыцари). Пришли к противоречию. Мы предполагали, что за столом сидит хотя бы один рыцарь. Следовательно, рыцарей за столом нет. Эта ситуация удовлетворяет условиям задачи.

⊕ приведен только верный ответ

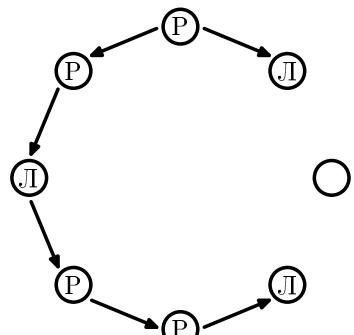


Рис. 7.5