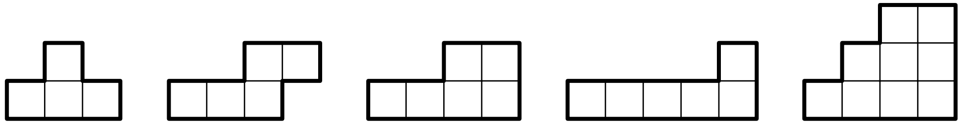
LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **5 класс** 21.01.2006

1. В примере на сложение двух чисел первое слагаемое меньше суммы на **2000**, а сумма больше второго слагаемого на **6**. Восстановите пример.

2. Составьте квадрат, используя ровно четыре из пяти изображенных ниже фигур. Каждую из четырех выбранных Вами фигур можно использовать только один раз.



3. Без ореха (от дупла до орешника) белка бежит со скоростью **4** м/сек, а с орехом (от орешника до дупла) – со скоростью **2** м/сек. На путь от дупла до орешника и обратно она тратит **54** секунды. Найдите расстояние от дупла до орешника. Ответ обоснуйте.

4. В день рождения дяди Федора почтальон Печкин хочет выяснить, сколько тому лет. Шарик говорит, что дяде Федору больше **11** лет, а кот Матроскин утверждает, что больше **10** лет. Сколько лет дяде Федору, если известно, что ровно один из них ошибся? Ответ обоснуйте.

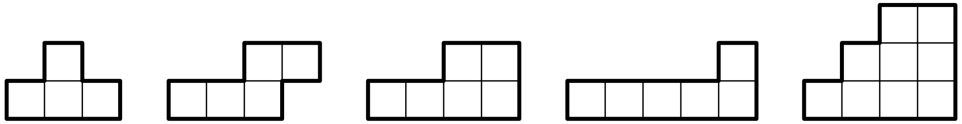
5. В забеге от Воробьевых гор до Красной площади приняли участие три спортсмена. Сначала стартовал Гриша, затем — Саша, и последней — Лена. После финиша выяснилось, что во время забега Гриша обгонял других **10** раз, Лена — **6** раз, Саша — **4** раза, причем все трое ни разу не оказывались в одной точке одновременно. В каком порядке финишировали спортсмены, если известно, что они пришли к финишу в разное время? Ответ обоснуйте.

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **5 класс** 21.01.2006

1. В примере на сложение двух чисел первое слагаемое меньше суммы на **2000**, а сумма больше второго слагаемого на **6**. Восстановите пример.

2. Составьте квадрат, используя ровно четыре из пяти изображенных ниже фигур. Каждую из четырех выбранных Вами фигур можно использовать только один раз.



3. Без ореха (от дупла до орешника) белка бежит со скоростью **4** м/сек, а с орехом (от орешника до дупла) – со скоростью **2** м/сек. На путь от дупла до орешника и обратно она тратит **54** секунды. Найдите расстояние от дупла до орешника. Ответ обоснуйте.

4. В день рождения дяди Федора почтальон Печкин хочет выяснить, сколько тому лет. Шарик говорит, что дяде Федору больше **11** лет, а кот Матроскин утверждает, что больше **10** лет. Сколько лет дяде Федору, если известно, что ровно один из них ошибся? Ответ обоснуйте.

5. В забеге от Воробьевых гор до Красной площади приняли участие три спортсмена. Сначала стартовал Гриша, затем — Саша, и последней — Лена. После финиша выяснилось, что во время забега Гриша обгонял других **10** раз, Лена — **6** раз, Саша — **4** раза, причем все трое ни разу не оказывались в одной точке одновременно. В каком порядке финишировали спортсмены, если известно, что они пришли к финишу в разное время? Ответ обоснуйте.

Математические кружки для 5 классов (филиал Малого мехмата МГУ) проводятся в школе №218 (м. Тимирязевская, Дмитровское шоссе, 5а, 976–1985) по четвергам в 16.15, а также по субботам в 13.30.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mmmf.math.msu.su.

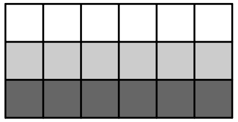
LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **6 класс** 21.01.2006

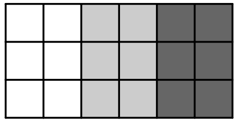
1. В саду у Ани и Вити росло **2006** розовых кустов. Витя полил половину всех кустов, и Аня полила половину всех кустов. При этом оказалось, что ровно три куста, самые красивые, были политы и Аней, и Витей. Сколько розовых кустов остались не политыми?

2. Цифры трёхзначного числа $\boldsymbol{A}$ записали в обратном порядке и получили число $\boldsymbol{B}$. Может ли число, равное сумме $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$, записываться только нечётными цифрами?

3. В стране Полосатии произошёл переворот и новый лидер приказал перекроить старый флаг на новый (см. рисунки). Как выполнить такой приказ, если разрешается разрезать старый флаг ровно на четыре части?



старый флаг



новый флаг

4. Чтобы испечь сто блинов, маме требуется **30** минут, а Ане — **40** минут. Андрюша готов съесть **100** блинов за час. Мама с Аней пекут блины без остановки, а Андрюша непрерывно их поедает. Через какое время после начала этого процесса на столе окажется ровно сто блинов?

5. В норке живёт семья из **24** мышей. Каждую ночь ровно четыре из них отправляются на склад за сыром. Может ли так получиться, что в некоторый момент времени каждая мышка побывала на складе с каждой ровно по одному разу?

Математический праздник (городской тур олимпиады для 6 классов) пройдет в МГУ им. М.В.Ломоносова 12.02.2006. Начало в 10.00. Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

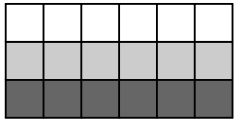
LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **6 класс** 21.01.2006

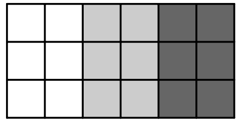
1. В саду у Ани и Вити росло **2006** розовых кустов. Витя полил половину всех кустов, и Аня полила половину всех кустов. При этом оказалось, что ровно три куста, самые красивые, были политы и Аней, и Витей. Сколько розовых кустов остались не политыми?

2. Цифры трёхзначного числа $\boldsymbol{A}$ записали в обратном порядке и получили число $\boldsymbol{B}$. Может ли число, равное сумме $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{B}$, записываться только нечётными цифрами?

3. В стране Полосатии произошёл переворот и новый лидер приказал перекроить старый флаг на новый (см. рисунки). Как выполнить такой приказ, если разрешается разрезать старый флаг ровно на четыре части?



старый флаг



новый флаг

4. Чтобы испечь сто блинов, маме требуется **30** минут, а Ане — **40** минут. Андрюша готов съесть **100** блинов за час. Мама с Аней пекут блины без остановки, а Андрюша непрерывно их поедает. Через какое время после начала этого процесса на столе окажется ровно сто блинов?

5. В норке живёт семья из **24** мышей. Каждую ночь ровно четыре из них отправляются на склад за сыром. Может ли так получиться, что в некоторый момент времени каждая мышка побывала на складе с каждой ровно по одному разу?

Математический праздник (городской тур олимпиады для 6 классов) пройдет в МГУ им. М.В.Ломоносова 12.02.2006. Начало в 10.00. Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **7 класс** 21.01.2006

1. У двузначного числа первая цифра вдвое больше второй. Если к этому числу прибавить квадрат его первой цифры, то получится квадрат некоторого целого числа. Найдите исходное двузначное число.

2. Петя тратит $\mathbf{\frac{1}{3}}$ своего времени на игру в футбол, $\mathbf{\frac{1}{5}}$ — на учебу в школе, $\mathbf{\frac{1}{6}}$ — на просмотр кинофильмов, $\mathbf{\frac{1}{70}}$ — на решение олимпиадных задач, и $\mathbf{\frac{1}{3}}$ — на сон. Можно ли так жить?

3. Отметьте на плоскости **6** точек так, чтобы на расстоянии **1** от каждой из них находилось ровно **3** из отмеченных точек.

4. В магическом квадрате суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и на обеих диагоналях равны. Можно ли составить магический квадрат $\mathbf{3\times3}$ из первых девяти простых чисел ? *Число называется простым, если у него ровно два делителя — единица и само число.*

5. На физическом кружке учитель поставил следующий эксперимент. Он разложил на чашечные весы **16** гирек массами **1**, **2**, **3**, **. . .** , **16** грамм так, что одна из чаш перевесила. Пятнадцать учеников по очереди выходили из класса и забирали с собой по одной гирьке, причем после выхода каждого ученика весы меняли свое положение и перевешивала противоположная чаша весов. Какая гирька могла остаться на весах?

Математический праздник (городской тур олимпиады для 7 классов)
пройдет в МГУ им. М.В.Ломоносова 12.02.2006. Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **7 класс** 21.01.2006

1. У двузначного числа первая цифра вдвое больше второй. Если к этому числу прибавить квадрат его первой цифры, то получится квадрат некоторого целого числа. Найдите исходное двузначное число.

2. Петя тратит $\mathbf{\frac{1}{3}}$ своего времени на игру в футбол, $\mathbf{\frac{1}{5}}$ — на учебу в школе, $\mathbf{\frac{1}{6}}$ — на просмотр кинофильмов, $\mathbf{\frac{1}{70}}$ — на решение олимпиадных задач, и $\mathbf{\frac{1}{3}}$ — на сон. Можно ли так жить?

3. Отметьте на плоскости **6** точек так, чтобы на расстоянии **1** от каждой из них находилось ровно **3** из отмеченных точек.

4. В магическом квадрате суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и на обеих диагоналях равны. Можно ли составить магический квадрат $\mathbf{3\times3}$ из первых девяти простых чисел ? *Число называется простым, если у него ровно два делителя — единица и само число.*

5. На физическом кружке учитель поставил следующий эксперимент. Он разложил на чашечные весы **16** гирек массами **1**, **2**, **3**, **. . .** , **16** грамм так, что одна из чаш перевесила. Пятнадцать учеников по очереди выходили из класса и забирали с собой по одной гирьке, причем после выхода каждого ученика весы меняли свое положение и перевешивала противоположная чаша весов. Какая гирька могла остаться на весах?

Математический праздник (городской тур олимпиады для 7 классов)
пройдет в МГУ им. М.В.Ломоносова 12.02.2006. Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **8 класс** 29.01.2006

1. Решите уравнение: $|x - 2005| + |2005 - x| = 2006.$

2. Боковая сторона трапеции равна одному из оснований и вдвое меньше другого. Докажите, что другая боковая сторона перпендикулярна одной из диагоналей трапеции.

3. На вопрос о возрасте его детей математик ответил: «У нас с женой трое детей. Когда родился наш первенец, суммарный возраст членов семьи был равен **45** годам, год назад, когда родился третий ребёнок — **70** годам, а сейчас суммарный возраст детей — **14** лет». Сколько лет каждому ребенку, если известно, что у всех членов семьи дни рождения в один и тот же день??

4. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1. M и K — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1. Докажите, что $MK \parallel AC$.

5. Маша задумала натуральное число и нашла его остатки при делении на **3**, **6** и **9**. Сумма этих остатков оказалась равна **15**. Найдите остаток от деления задуманного числа на **18**.

6. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 5×9. В левом нижнем углу стоит фишка. Коля и Серёжа по очереди передвигают ее на любое количество клеток либо вправо, либо вверх. Первым ходит Коля. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 24.02.2006.
Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **8 класс** 29.01.2006

1. Решите уравнение: $|x - 2005| + |2005 - x| = 2006.$

2. Боковая сторона трапеции равна одному из оснований и вдвое меньше другого. Докажите, что другая боковая сторона перпендикулярна одной из диагоналей трапеции.

3. На вопрос о возрасте его детей математик ответил: «У нас с женой трое детей. Когда родился наш первенец, суммарный возраст членов семьи был равен **45** годам, год назад, когда родился третий ребёнок — **70** годам, а сейчас суммарный возраст детей — **14** лет». Сколько лет каждому ребенку, если известно, что у всех членов семьи дни рождения в один и тот же день??

4. В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA_1 и CC_1. M и K — основания перпендикуляров, опущенных из точки B на прямые AA_1 и CC_1. Докажите, что $MK \parallel AC$.

5. Маша задумала натуральное число и нашла его остатки при делении на **3**, **6** и **9**. Сумма этих остатков оказалась равна **15**. Найдите остаток от деления задуманного числа на **18**.

6. На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник 5×9. В левом нижнем углу стоит фишка. Коля и Серёжа по очереди передвигают ее на любое количество клеток либо вправо, либо вверх. Первым ходит Коля. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний угол. Кто выигрывает при правильной игре?

Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 24.02.2006.
Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур **9 класс** 29.01.2006

1. Решите уравнение $\boldsymbol{x+\dfrac{x}{x}+\dfrac{x}{x+\frac{x}{x}}=1}$.

2. Один из углов треугольника на $\mathbf{120^\circ}$ больше другого. Докажите, что биссектриса треугольника, проведённая из вершины третьего угла, вдвое длиннее, чем высота, проведенная из той же вершины.

3. Сравните без помощи калькулятора числа:

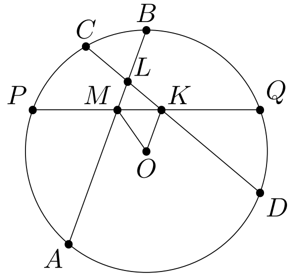
$$\sqrt{2006}+\sqrt{2005+\sqrt{2006}}\ \text{ и }\ \sqrt{2005}+\sqrt{2006+\sqrt{2005}}.$$

4. **20** шахматистов сыграли турнир в один круг (каждый сыграл с каждым по одной партии). Корреспондент «Спортивной газеты» написал в своей заметке, что каждый участник этого турнира выиграл столько же партий, сколько и свёл вничью. Докажите, что корреспондент ошибся.

5. Гриша едет по маршруту длиной **100** км. В его автомобиле имеется компьютер, дающий прогноз времени, оставшегося до прибытия в конечный пункт. Это время рассчитывается исходя из предположения, что средняя скорость автомобиля на оставшемся участке пути будет такой же, как и на уже пройденном.

Сразу же после старта компьютер показал «2 часа» и всё дальнейшее время показывал именно это число (компьютер исправен). Найдите $\boldsymbol{x(t)}$ — зависимость пути, который проехал Гриша, от времени с момента старта. Постройте график этой зависимости.

6. В окружности с центром $\boldsymbol{O}$ проведены три равные хорды $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{CD}$ и $\boldsymbol{PQ}$ (см. рисунок). Докажите, что $\boldsymbol{\angle MOK=\frac{1}{2}\angle BLD}$.



Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 24.02.2006.
Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур 9 класс 29.01.2006

1. Решите уравнение $\boldsymbol{x+\dfrac{x}{x}+\dfrac{x}{x+\frac{x}{x}}=1}$.

2. Один из углов треугольника на $\mathbf{120^\circ}$ больше другого. Докажите, что биссектриса треугольника, проведённая из вершины третьего угла, вдвое длиннее, чем высота, проведенная из той же вершины.

3. Сравните без помощи калькулятора числа:

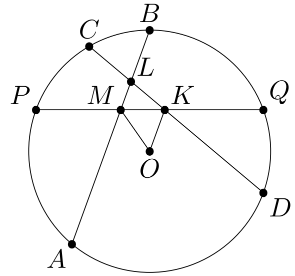
$$\sqrt{2006}+\sqrt{2005+\sqrt{2006}}\ \text{ и }\ \sqrt{2005}+\sqrt{2006+\sqrt{2005}}.$$

4. **20** шахматистов сыграли турнир в один круг (каждый сыграл с каждым по одной партии). Корреспондент «Спортивной газеты» написал в своей заметке, что каждый участник этого турнира выиграл столько же партий, сколько и свёл вничью. Докажите, что корреспондент ошибся.

5. Гриша едет по маршруту длиной **100** км. В его автомобиле имеется компьютер, дающий прогноз времени, оставшегося до прибытия в конечный пункт. Это время рассчитывается исходя из предположения, что средняя скорость автомобиля на оставшемся участке пути будет такой же, как и на уже пройденном.

Сразу же после старта компьютер показал «2 часа» и всё дальнейшее время показывал именно это число (компьютер исправен). Найдите $\boldsymbol{x(t)}$ — зависимость пути, который проехал Гриша, от времени с момента старта. Постройте график этой зависимости.

6. В окружности с центром $\boldsymbol{O}$ проведены три равные хорды $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{CD}$ и $\boldsymbol{PQ}$ (см. рисунок). Докажите, что $\boldsymbol{\angle MOK=\frac{1}{2}\angle BLD}$.



Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 24.02.2006.
Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур 10 класс 29.01.2006

1. Один градус шкалы Цельсия равен $\mathbf{1,8}$ градусов шкалы Фаренгейта, при этом $\mathbf{0°}$ по Цельсию соответствует $\mathbf{32°}$ по шкале Фаренгейта. Может ли температура выражаться одинаковым числом градусов как по Цельсию, так и по Фаренгейту?

2. Даны квадратные трехчлены f и g с одинаковыми старшими коэффициентами. Известно, что сумма четырех корней этих трехчленов равна p. Найдите сумму корней трехчлена $f+g$, если известно, что он имеет два корня.

3. Дан равносторонний треугольник ABC. Точка K — середина стороны AB, точка M лежит на стороне BC, причем $BM : MC = 1 : 3$. На стороне AC выбрана точка P так, что периметр треугольника PKM — наименьший из возможных. В каком отношении точка P делит сторону AC?

4. Найдите все простые числа p, для каждого из которых существует натуральное число m такое, что $\sqrt{m}+\sqrt{m+p}$ — также натуральное число.

5. 5. Укажите все выпуклые четырехугольники, у которых суммы синусов противолежащих углов равны.

6. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площадь ортогональной проекции грани AA_1B_1B на плоскость, перпендикулярную диагонали AC_1, равна 1. Найдите площадь ортогональной проекции куба на эту плоскость.

Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 24.02.2006.
Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru

LXIX Московская математическая олимпиада

Окружной тур 10 класс 29.01.2006

1. Один градус шкалы Цельсия равен $\mathbf{1,8}$ градусов шкалы Фаренгейта, при этом $\mathbf{0°}$ по Цельсию соответствует $\mathbf{32°}$ по шкале Фаренгейта. Может ли температура выражаться одинаковым числом градусов как по Цельсию, так и по Фаренгейту?

2. Даны квадратные трехчлены f и g с одинаковыми старшими коэффициентами. Известно, что сумма четырех корней этих трехчленов равна p. Найдите сумму корней трехчлена $f+g$, если известно, что он имеет два корня.

3. Дан равносторонний треугольник ABC. Точка K — середина стороны AB, точка M лежит на стороне BC, причем $BM : MC = 1 : 3$. На стороне AC выбрана точка P так, что периметр треугольника PKM — наименьший из возможных. В каком отношении точка P делит сторону AC?

4. Найдите все простые числа p, для каждого из которых существует натуральное число m такое, что $\sqrt{m}+\sqrt{m+p}$ — также натуральное число.

5. 5. Укажите все выпуклые четырехугольники, у которых суммы синусов противолежащих углов равны.

6. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площадь ортогональной проекции грани AA_1B_1B на плоскость, перпендикулярную диагонали AC_1, равна 1. Найдите площадь ортогональной проекции куба на эту плоскость.

Московская математическая олимпиада (городской тур) пройдет в МГУ 24.02.2006.
Начало в 10.00.
Подробную информацию смотрите на сайте http://www.mccme.ru