Московская региональная олимпиада школьников LXVIV Московская математическая олимпиада

Окружной тур

11 класс

29.01.2006

- 1. Решите систему уравнений: $\left\{egin{array}{l} x^2 + 4 \sin^2 y 4 = 0, \ \cos x 2 \cos^2 y 1 = 0. \end{array}
 ight.$
- 2. Остап Бендер и Киса Воробьянинов разделили между собой выручку от продажи слонов населению. Остап подумал: если бы я взял денег на $40\,\%$ больше, то доля Кисы уменьшилась бы на $60\,\%$. А как изменилась бы доля Воробьянинова, если бы Остап взял себе денег на $50\,\%$ больше?
 - 3. Найдите все такие функции f(x), что $f(2x+1) = 4x^2 + 14x + 7$.
- 4. Найдите все такие натуральные числа, которые можно представить в виде суммы двух взаимно простых чисел, отличных от 1.
- 5. Из точки, не лежащей в плоскости, проведены к этой плоскости перпендикуляр и три наклонные, проекции которых на данную плоскость равны a, b и c. Найдите длину перпендикуляра, если наклонные образуют с плоскостью углы, сумма которых равна 90° .
- 6. Двое играют на доске 8×8 по следующим правилам. Каждый своим ходом закрашивает одну клетку, причем каждая клетка может быть закрашена только один раз. Проигрывает тот, после чьего хода образуется полностью закрашенный квадрат 2×2 . Кто выиграет: начинающий или его партнер и как нужно играть, чтобы выиграть?
- 7. В четырехугольнике ABCD AB = BC; $\angle A = \angle B = 20^\circ$; $\angle C = 30^\circ$. Продолжение стороны AD пересекает BC в точке M, а продолжение стороны CD пересекает AB в точке N. Найдите угол $\angle AMN$.

Московская региональная олимпиада школьников LXVIV Московская математическая олимпиада Окружной тур 11 класс 29.01.2006

- 1. Решите систему уравнений: $\left\{ egin{aligned} x^2 + 4 \sin^2 y 4 &= 0, \ \cos x 2 \cos^2 y 1 &= 0. \end{aligned}
 ight.$
- 2. Остап Бендер и Киса Воробьянинов разделили между собой выручку от продажи слонов населению. Остап подумал: если бы я взял денег на 40 % больше, то доля Кисы уменьшилась бы на 60 %. А как изменилась бы доля Воробьянинова, если бы Остап взял себе денег на 50 % больше?
 - 3. Найдите все такие функции f(x), что $f(2x+1) = 4x^2 + 14x + 7$.
- 4. Найдите все такие натуральные числа, которые можно представить в виде суммы двух взаимно простых чисел, отличных от 1.
- 5. Из точки, не лежащей в плоскости, проведены к этой плоскости перпендикуляр и три наклонные, проекции которых на данную плоскость равны a, b и c. Найдите длину перпендикуляра, если наклонные образуют с плоскостью углы, сумма которых равна 90° .
- 6. Двое играют на доске 8×8 по следующим правилам. Каждый своим ходом закрашивает одну клетку, причем каждая клетка может быть закрашена только один раз. Проигрывает тот, после чьего хода образуется полностью закрашенный квадрат 2×2 . Кто выиграет: начинающий или его партнер и как нужно играть, чтобы выиграть?
- 7. В четырехугольнике ABCD AB = BC; $\angle A = \angle B = 20^\circ$; $\angle C = 30^\circ$. Продолжение стороны AD пересекает BC в точке M, а продолжение стороны CD пересекает AB в точке N. Найдите угол $\angle AMN$.