

10 класс

Второй день

- 10.5. Натуральное число m таково, что сумма цифр в десятичной записи числа 2^m равна 8. Может ли при этом последняя цифра числа 2^m быть равной 6?
- 10.6. Вписанная в треугольник ABC окружность ω касается сторон BC , CA , AB в точках A_1 , B_1 и C_1 соответственно. На продолжении отрезка AA_1 за точку A взята точка D такая что $AD = AC_1$. Прямые DB_1 и DC_1 пересекают второй раз окружность ω в точках B_2 и C_2 . Докажите, что B_2C_2 — диаметр окружности ω .
- 10.7. Положительные числа $x_1, x_2, \dots, x_{2009}$ удовлетворяют равенствам $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = x_2^2 - x_2x_3 + x_3^2 = x_3^2 - x_3x_4 + x_4^2 = \dots = x_{2008}^2 - x_{2008}x_{2009} + x_{2009}^2 = x_{2009}^2 - x_{2009}x_1 + x_1^2$. Докажите, что числа $x_1, x_2, \dots, x_{2009}$ равны.
- 10.8. На вечеринке компанию из 20 человек требуется усадить за 4 стола. Рассадка называется *удачной*, если любые два человека, оказавшиеся за одним столом, являются друзьями. Выяснилось, что удачные рассадки существуют, причем при любой удачной рассадке за каждым столом сидят ровно по 5 человек. Каково наибольшее возможное количество пар друзей в этой компании?

10 класс

Второй день

- 10.5. Натуральное число m таково, что сумма цифр в десятичной записи числа 2^m равна 8. Может ли при этом последняя цифра числа 2^m быть равной 6?
- 10.6. Вписанная в треугольник ABC окружность ω касается сторон BC , CA , AB в точках A_1 , B_1 и C_1 соответственно. На продолжении отрезка AA_1 за точку A взята точка D такая что $AD = AC_1$. Прямые DB_1 и DC_1 пересекают второй раз окружность ω в точках B_2 и C_2 . Докажите, что B_2C_2 — диаметр окружности ω .
- 10.7. Положительные числа $x_1, x_2, \dots, x_{2009}$ удовлетворяют равенствам $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = x_2^2 - x_2x_3 + x_3^2 = x_3^2 - x_3x_4 + x_4^2 = \dots = x_{2008}^2 - x_{2008}x_{2009} + x_{2009}^2 = x_{2009}^2 - x_{2009}x_1 + x_1^2$. Докажите, что числа $x_1, x_2, \dots, x_{2009}$ равны.
- 10.8. На вечеринке компанию из 20 человек требуется усадить за 4 стола. Рассадка называется *удачной*, если любые два человека, оказавшиеся за одним столом, являются друзьями. Выяснилось, что удачные рассадки существуют, причем при любой удачной рассадке за каждым столом сидят ровно по 5 человек. Каково наибольшее возможное количество пар друзей в этой компании?