

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап 11 класс 11.12.2011

Работа рассчитана на 240 минут

1. Про углы треугольника ABC известно, что $\sin A + \cos B = \sqrt{2}$ и $\cos A + \sin B = \sqrt{2}$. Найдите величину угла C .

2. На доске записали 20 первых чисел натурального ряда. Когда одно из чисел стерли, то оказалось, что среди оставшихся чисел одно является средним арифметическим всех остальных. Найдите все числа, которые могли быть стерты.

3. Длина ребра правильного тетраэдра равна a . Через одну из вершин тетраэдра проведено треугольное сечение. Докажите, что периметр P этого треугольника удовлетворяет неравенству $P > 2a$.

4. Две окружности касаются внешним образом. A — точка касания их общей внешней касательной с одной из окружностей, B — точка той же окружности, диаметрально противоположная точке A . Докажите, что длина касательной, проведенной из точки B ко второй окружности, равна диаметру первой окружности.

5. Известно, что A — наибольшее из чисел, являющихся произведением нескольких натуральных чисел, сумма которых равна 2011. На какую наибольшую степень тройки делится число A ?

6. Какое наименьшее количество клеток требуется отметить на шахматной доске, чтобы каждая клетка доски (отмеченная или неотмеченная) граничила по стороне хотя бы с одной отмеченной клеткой?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдет 27 и 28 января 2012 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru/vos>

LXXV Московская математическая олимпиада: <http://www.mcsme.ru/mmo>
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

<http://olimpiada.ru/ommo>

Внимание! У обоих олимпиад в январе пройдет **обязательный** заочный тур.

Всероссийская олимпиада школьников по математике
II этап 11 класс 11.12.2011

Работа рассчитана на 240 минут

1. Про углы треугольника ABC известно, что $\sin A + \cos B = \sqrt{2}$ и $\cos A + \sin B = \sqrt{2}$. Найдите величину угла C .

2. На доске записали 20 первых чисел натурального ряда. Когда одно из чисел стерли, то оказалось, что среди оставшихся чисел одно является средним арифметическим всех остальных. Найдите все числа, которые могли быть стерты.

3. Длина ребра правильного тетраэдра равна a . Через одну из вершин тетраэдра проведено треугольное сечение. Докажите, что периметр P этого треугольника удовлетворяет неравенству $P > 2a$.

4. Две окружности касаются внешним образом. A — точка касания их общей внешней касательной с одной из окружностей, B — точка той же окружности, диаметрально противоположная точке A . Докажите, что длина касательной, проведенной из точки B ко второй окружности, равна диаметру первой окружности.

5. Известно, что A — наибольшее из чисел, являющихся произведением нескольких натуральных чисел, сумма которых равна 2011. На какую наибольшую степень тройки делится число A ?

6. Какое наименьшее количество клеток требуется отметить на шахматной доске, чтобы каждая клетка доски (отмеченная или неотмеченная) граничила по стороне хотя бы с одной отмеченной клеткой?

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдет 27 и 28 января 2012 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://olimpiada.ru/vos>

LXXV Московская математическая олимпиада: <http://www.mcsme.ru/mmo>
Объединенная межвузовская математическая олимпиада:

<http://olimpiada.ru/ommo>

Внимание! У обоих олимпиад в январе пройдет **обязательный** заочный тур.