

Всероссийская олимпиада школьников по математике  
II этап 10 класс 8.12.2013

Работа рассчитана на 240 минут

1. Первый член последовательности равен 934. Каждый следующий равен сумме цифр предыдущего, умноженной на 13. Найдите 2013-й член последовательности.

2. Корни квадратного трёхчлена  $f(x) = x^2 + bx + c$  равны  $m_1$  и  $m_2$ , а корни квадратного трёхчлена  $g(x) = x^2 + px + q$  равны  $k_1$  и  $k_2$ . Докажите, что  $f(k_1) + f(k_2) + g(m_1) + g(m_2) \geq 0$ .

3. Точка  $F$  — середина стороны  $BC$  квадрата  $ABCD$ . К отрезку  $DF$  проведён перпендикуляр  $AE$ . Найдите угол  $CEF$ .

4. Найдите наибольшее значение выражения  $a + b + c + d - ab - bc - cd - da$ , если каждое из чисел  $a, b, c$  и  $d$  принадлежит отрезку  $[0; 1]$ .

5. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ , а на стороне  $AC$  — точка  $M$ . Отрезки  $BM$  и  $CK$  пересекаются в точке  $P$ . Оказалось, что углы  $APB, BPC$  и  $CPA$  равны по  $120^\circ$ , а площадь четырёхугольника  $AKPM$  равна площади треугольника  $BPC$ . Найдите угол  $BAC$ .

6. В клетки таблицы размером  $9 \times 9$  расставили все натуральные числа от 1 до 81. Вычислили произведения чисел в каждой строке таблицы и получили набор из девяти чисел. Затем вычислили произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получили набор из девяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

---

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 4 и 5 февраля 2014 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXVII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)

пройдет в МГУ 2 марта 2014 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mcsme.ru/mmo/>

Всероссийская олимпиада школьников по математике  
II этап 10 класс 8.12.2013

Работа рассчитана на 240 минут

1. Первый член последовательности равен 934. Каждый следующий равен сумме цифр предыдущего, умноженной на 13. Найдите 2013-й член последовательности.

2. Корни квадратного трёхчлена  $f(x) = x^2 + bx + c$  равны  $m_1$  и  $m_2$ , а корни квадратного трёхчлена  $g(x) = x^2 + px + q$  равны  $k_1$  и  $k_2$ . Докажите, что  $f(k_1) + f(k_2) + g(m_1) + g(m_2) \geq 0$ .

3. Точка  $F$  — середина стороны  $BC$  квадрата  $ABCD$ . К отрезку  $DF$  проведён перпендикуляр  $AE$ . Найдите угол  $CEF$ .

4. Найдите наибольшее значение выражения  $a + b + c + d - ab - bc - cd - da$ , если каждое из чисел  $a, b, c$  и  $d$  принадлежит отрезку  $[0; 1]$ .

5. На стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ , а на стороне  $AC$  — точка  $M$ . Отрезки  $BM$  и  $CK$  пересекаются в точке  $P$ . Оказалось, что углы  $APB, BPC$  и  $CPA$  равны по  $120^\circ$ , а площадь четырёхугольника  $AKPM$  равна площади треугольника  $BPC$ . Найдите угол  $BAC$ .

6. В клетки таблицы размером  $9 \times 9$  расставили все натуральные числа от 1 до 81. Вычислили произведения чисел в каждой строке таблицы и получили набор из девяти чисел. Затем вычислили произведения чисел в каждом столбце таблицы и также получили набор из девяти чисел. Могли ли полученные наборы оказаться одинаковыми?

---

III (региональный) этап всероссийской олимпиады пройдёт 4 и 5 февраля 2014 года. Ссылка на списки приглашенных будет доступна на сайте <http://vos.olimpiada.ru/>

LXXVII Московская математическая олимпиада (для 8–11 классов)

пройдет в МГУ 2 марта 2014 года. Начало в 10.00. Приглашаются все желающие! Предварительная регистрация и подробная информация на сайте <http://olympiads.mcsme.ru/mmo/>