

5 класс

5.1. У учеников 5А класса было в сумме 2015 карандашей. Один из них потерял коробку с пятью карандашами, а вместо неё купил коробку, в которой 50 карандашей. Сколько теперь карандашей у учеников 5А класса?

Ответ: 2060 карандашей.

Решение. $2015 - 5 + 50 = 2060$ (кар.).

Возможны также словесные рассуждения или пояснения.

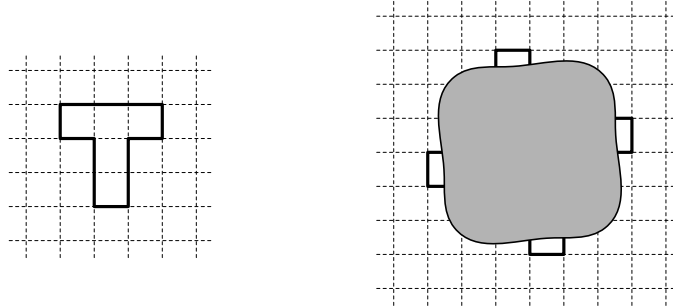
Критерии проверки:

+ *приведено верное решение*

± *приведен только верный ответ*

– *задача не решена или решена неверно*

5.2. Таня выложила на клетчатой бумаге узор из одинаковых фигур в виде буквы Т, показанной на рисунке слева. Игорь случайно пролил на него краску и от узора осталось только то, что показано на рисунке справа. Восстановите Танин узор, если известно, что буквы Т выкладывались без просветов и наложений.



Ответ: см. рис. 5.2.

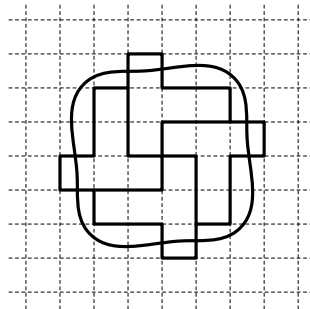


Рис. 5.2

Критерии проверки:

+ *приведен верный ответ*

± *верно изображена граница узора, но не все внутренние линии нарисованы*

– *задача не решена или решена неверно*

5.3. У Винни-Пуха есть 25 полных больших бочонков меда. Известно, что этим количеством меда он может целиком заполнить ровно 45 маленьких бочонков. А сможет ли он разлить свои запасы меда в 20 больших и 9 маленьких бочонков?

Ответ: сможет.

Решение. Из условия задачи следует, что в пяти больших бочонках помещается столько же меда, сколько и в девяти маленьких. Таким образом, Винни-Пуху достаточно перелить мед из пяти больших бочонков в девять маленьких.

Критерии проверки:

+ *приведено полное обоснованное решение*

± *приведен только ответ*

– *задача не решена или решена неверно*

5.4. Зеленая и синяя лягушки находились на расстоянии 2015 метров друг от друга. Ровно в 12 часов дня зеленая лягушка прыгнула навстречу синей на 9 метров. Через минуту синяя лягушка прыгает навстречу зеленой на 8 метров. Еще через минуту зеленая лягушка снова прыгает на 9 метров, и так далее. В какое время лягушки встретятся? (*Каждый прыжок происходит мгновенно.*)

Ответ: в 15 часов 56 минут.

Решение. В 12 часов расстояние между лягушками сократилось до $2015 - 9 = 2006$ метров. После этого, за каждые две минуты лягушки сближаются на $9 + 8 = 17$ метров. Так как $2006 : 17 = 118$, то через $118 \cdot 2 = 236$ минут после полудня лягушки встретятся. Это составляет 3 часа 56 минут. Значит, встреча произойдет в 15 : 56.

Критерии проверки:

- + *приведено полное обоснованное решение*
- ± *верно найдено время движения лягушек до встречи, но само время встречи не найдено или найдено неверно*
- ± *приведен верный ход рассуждений, но допущена одна арифметическая ошибка*
- ∓ *верно найдено, что за каждые две минуты происходит сближение на 17 метров, но дальнейшие рассуждения неверны или отсутствуют*
- ∓ *приведен только верный ответ*
- *задача не решена или решена неверно*

5.5. На пяти карточках записаны натуральные числа от 1 до 5. Леша и Дима взяли себе, не глядя, по две карточки, а оставшуюся карточку, также не глядя, спрятали. Изучив свои карточки, Леша сказал Диме: «Я знаю, что сумма чисел на твоих карточках четна!» и был прав. Какие числа записаны на Лешиних карточках?

Ответ: 2 и 4.

Решение. Два числа Леша видит, поэтому он знает, какие три числа остались. Если он уверен, что сумма любых двух чисел из оставшихся трех — четна, то эти три числа должны быть одной четности (в противном случае, сумма четного и нечетного числа будет нечетной). В указанном наборе нет трех четных чисел, поэтому числа, которые Леша не видит, — это 1, 3 и 5. Значит, на его карточках записаны числа 2 и 4.

Возможно также решение путем перебора всех десяти возможных случаев.

Критерии проверки:

- + *приведено полное обоснованное решение*
- ± *приведено верное рассуждение, но в ответе указаны не Лешины числа, а те числа, которые он не видит (1, 3 и 5)*
- ∓ *верный ответ получен путем неполного перебора*
- ∓ *приведен верный ответ и проверено, что он удовлетворяет условию*
- ∓ *приведен только верный ответ*
- *задача не решена или решена неверно*

6 класс

6.1. Замените * одинаковыми числами так, чтобы равенство стало верным: $\frac{20}{*} - \frac{*}{15} = \frac{20}{15}$.

Ответ: $\frac{20}{10} - \frac{10}{15} = \frac{20}{15}$ (звёздочка заменена числом 10).

Приведенный ответ — единственный.

Критерии проверки:

- + *приведен верный пример или верно указано значение **
- ± *составлено верное равенство, но * заменена различными числами*
- *задача не решена или решена неверно*

6.2. Из 101 далматинца у 29 пятно только на левом ухе, у 17 — только на правом ухе, а у 22 далматинцев нет пятен на ушах. Сколько далматинцев имеют пятно на правом ухе?

Ответ: 50.

Решение. Заметим, что среди далматинцев с пятном на правом ухе не будет тех, у кого пятно только на левом ухе, и тех, у кого пятен нет совсем. Поэтому, чтобы найти количество далматинцев с пятном на правом ухе, достаточно из 101 вычесть количество далматинцев, у которых пятно только на левом ухе, и количество тех, у кого пятен нет совсем. Искомое количество равно $101 - 22 - 29 = 50$.

Это рассуждение можно проиллюстрировать с помощью кругов Эйлера (см. рис. 6.2).

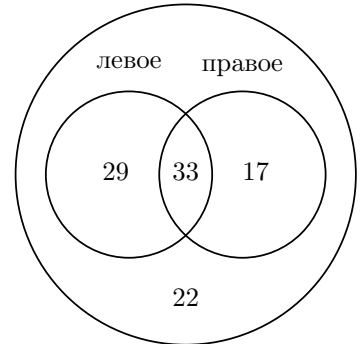


Рис. 6.2

Критерии проверки:

- + *приведено полное обоснованное решение*
- + *изображены круги Эйлера, в которые верно вписаны числа и указан верный ответ*
- ± *верно записаны арифметические действия и получен верный ответ, но пояснения отсутствуют*
- ± *приведен верный ход рассуждений, но допущена арифметическая ошибка*
- ± *приведен только верный ответ*
- *задача не решена или решена неверно*

6.3. Покажите, как разрезать фигуру, изображенную на рисунке слева, на две равные части и сложить из этих частей фигуру, изображенную на рисунке справа.

Ответ: см. рис. 6.3.

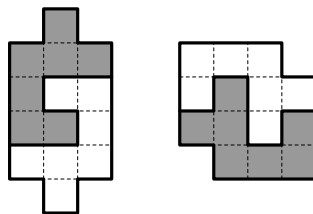


Рис. 6.3

Приведенное решение — единственное (с точностью до симметрии).

Критерии проверки:

- + *верно показано как разрезать и как сложить*
- ± *верно показано как разрезать, но не показано как сложить*
- *задача не решена или решена неверно*

6.4. На полке стоят, плотно прилегая друг к другу, две книги по 250 листов в каждой (см. рисунок). Каждая из обложек в 10 раз толще бумаги, на которой напечатаны обе книги. В каждую книгу вложена закладка. Расстояние между закладками втрое меньше общей толщины двух книг. Между какими листами лежит закладка во второй книге, если в первой книге она лежит посередине?

Ответ: между листами 35 и 36.

Решение. *Первый способ.* Заменяем обложку каждой книги десятью листами. Тогда всего в двух книгах $250 \cdot 2 + 10 \cdot 4 = 540$ листов, а расстояние между закладками равно $540 : 3 = 180$ листов. В первой книге после закладки находится $250 : 2 + 10 = 135$ листов. Тогда во второй книге до



закладки: $180 - 135 = 45$ листов, из которых 10 листов — это обложка. Значит, закладка лежит после листа, номер которого равен $45 - 10 = 35$, то есть, между листами 35 и 36.

Второй способ. Суммарная толщина двух книг равна толщине $250 \cdot 2 + 10 \cdot 4 = 540$ листов. Значит, толщина каждой обложки составляет $\frac{1}{54}$ от толщины двух книг. Между закладками находится треть от двух книг, из которых четверть — это половина первой книги, а $\frac{1}{54}$ — обложка второй книги.

Таким образом, количество листов во второй книге от обложки до закладки составляет $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{54} = \frac{7}{108}$ от суммарной толщины обеих книг. Оно равно $540 \cdot \frac{7}{108} = 35$, то есть закладка лежит между листами 35 и 36.

Критерии проверки:

- + *приведено полное обоснованное решение*
- ± *верно записаны арифметические действия и получен верный ответ, но пояснения отсутствуют*
- ± *приведен верный ход рассуждений, но допущена арифметическая ошибка*
- ∓ *приведен только верный ответ или верный ответ с логическими ошибками в рассуждениях*
- *задача не решена или решена неверно*

6.5. На школьный Новогодний праздник в городе Лжерыцарске пришел 301 ученик. Из них некоторые всегда говорят правду, а остальные — всегда лгут. Каждый из 200 школьников сказал: «Если я выйду из зала, то среди оставшихся учеников большинство будет лжецами». Каждый из остальных школьников заявил: «Если я выйду из зала, то среди оставшихся учеников лжецов будет вдвое больше, чем говорящих правду». Сколько лжецов было на празднике?

Ответ: 151 лжец.

Решение. Назовем тех, кто говорит правду, рыцарями. Высказывание каждого из двухсот школьников будем считать первой фразой, а высказывание оставшихся — второй.

Первый способ. Заметим, что не все школьники — лжецы, иначе первую фразу было бы произносить некому.

Если вторую фразу произнес рыцарь, то на празднике — 200 лжецов и 101 рыцарь. Тогда среди произносивших первую фразу есть лжецы. Но лжец, в этом случае, не мог сказать, что если он выйдет из зала, то среди оставшихся учеников большинство будет лжецами. Значит, среди тех, кто произнес вторую фразу, рыцарей нет.

Если первую фразу произнес рыцарь, то рыцарей не больше, чем 150. Значит, найдется лжец, сказавший первую фразу. Но тогда лжецов не больше, чем 151. Так как всего учеников 301, то среди них в точности 150 рыцарей и 151 лжец.

Второй способ. Среди произнесших первую фразу должны быть как рыцари, так и лжецы. Действительно, если бы они все были рыцарями, то это высказывание оказалось бы ложным, так как $199 > 101$, а если бы они все были лжецами, то получилось бы, что они сказали правду. Значит, первую фразу произносили и лжецы, и рыцари. Если первую фразу произнес лжец, то лжецов не больше, чем 151. Если первую фразу произнес рыцарь, то лжецов не меньше, чем 151. Значит, на празднике — 151 лжец.

Подчеркнем, что решение, основанное на том, что первую фразу говорят ученики одного типа, а вторую фразу — другого, является неверным.

Критерии проверки:

- + *приведено полное обоснованное решение*
- ± *приведено верное, в целом, рассуждение, в котором есть неточности и пробелы, и получен верный ответ*
- ∓ *приведен только верный ответ или верный ответ с логическими ошибками в рассуждениях*
- *задача не решена или решена неверно*