

5 класс

5.1. Решите ребус: $** \cdot * = * + 1$. (Каждая звёздочка обозначает одну цифру. Звёздочки могут обозначать как разные цифры, так и одинаковые. Достаточно привести ответ)

Ответ: $10 \cdot 1 = 9 + 1$.

Критерии проверки.

“+” Приведен верный ответ

“±” Приведено несколько ответов, среди которых есть верный

“-” Приведен неверный ответ или ответ отсутствует

5.2. Состоятельный Крот осенью добыл 8 мешков зерна. На каждый зимний месяц ему необходимо либо 3 мешка зерна, либо 1 мешок зерна и 3 мешка пшена. Крот может обменивать у других кротов 1 мешок зерна на 2 мешка пшена. Но в его нору не влезает больше 12 мешков, а зимой Крот из норы не выходит и не может заниматься обменом. Помогите ему сделать запасы на три месяца.

Решение. Крот может обменять 3 мешка зерна на 6 мешков пшена, тогда в его норе будет 11 мешков: 5 мешков зерна и 6 мешков пшена. За один месяц он истратит 3 мешка зерна, а за каждый из двух других – 1 мешок зерна и 3 мешка пшена.

Критерии проверки.

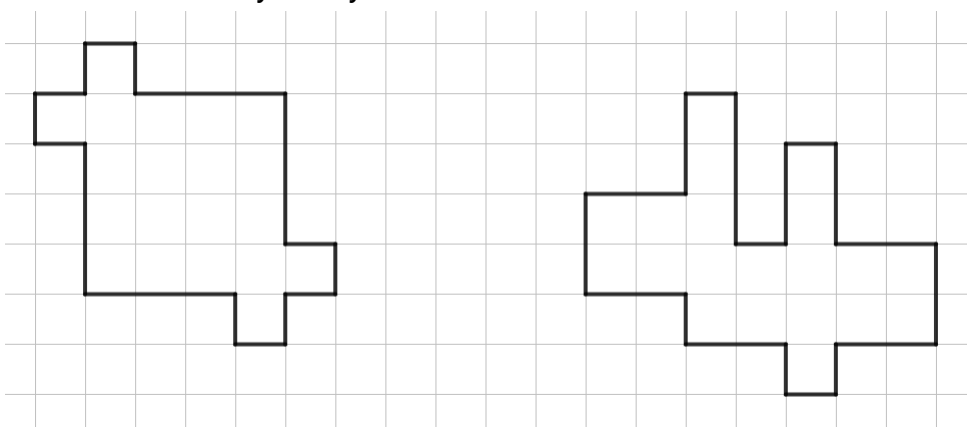
“+” Указан верный способ обмена мешков и объяснено, почему этого хватит

“±” Указан только верный способ обмена мешков

“-” Приведено неверное решение или оно отсутствует

5.3. Разрежьте фигуру, изображенную слева, по линиям сетки на две равные части и покажите, как из них сложить фигуру, изображенную справа. (Фигуры можно поворачивать и переворачивать.

Равными называются фигуры, которые совмещаются при наложении).



Ответ: см. рис. 5.3.

Критерии проверки.

“+” Приведено верное разрезание фигуры слева и показано, как из этих частей сложить фигуру справа.

“±” Приведено верное разрезание фигуры слева, но не показано, как сложить фигуру справа

“-” Фигура слева разрезана на неравные части или на части, из которых невозможно сложить фигуру справа

“-” Решение отсутствует

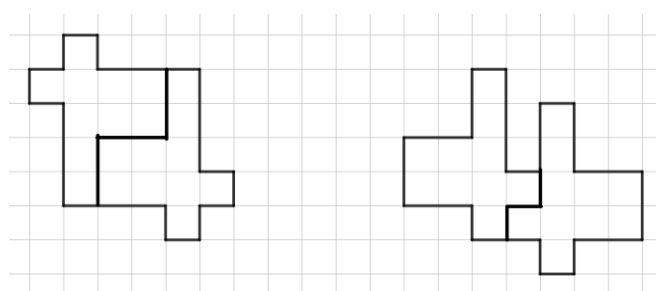


Рис. 5.3

5.4. Дядя Фёдор делает бутерброды с колбасой, а Матроскин и Шарик их едят. Известно, что Матроскин съел в три раза больше бутербродов, чем Шарик, Шарик съел на 21 бутерброд меньше, чем сделал дядя Фёдор, а сделал он в два раза больше, чем Шарик и Матроскин съели вместе. Сколько всего бутербродов сделал дядя Фёдор?

Ответ: 24 бутерброда.

Решение. Первый способ.

Пусть Шарик съел одну часть от всех бутербродов, тогда Матроскин съел 3 таких части, а

вместе они съели 4 части (см. рис. 5.4). Следовательно, дядя Фёдор сделал 8 частей, что на 7 частей больше, чем съел бутербродов Шарик. Так как эти 7 частей составляют 21 бутерброд, то одна часть – три бутерброда. Значит, всего дядя Фёдор сделал 24 бутерброда.

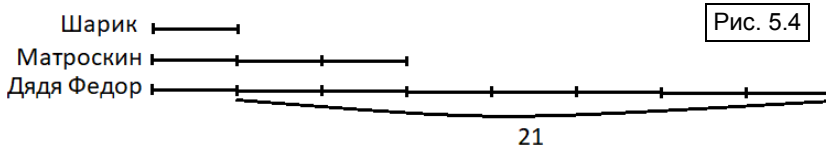


Рис. 5.4

Второй способ. Пусть Шарик съел x бутербродов, тогда Матроскин съел $3x$ бутербродов, а вместе они съели $4x$ бутербродов. Дядя Федор сделал $2 \cdot 4x = 8x$ бутербродов. Зная, что это на 21 бутерброд больше, чем съел Шарик, составим уравнение: $8x - x = 21$, откуда $x = 3$. Таким образом, дядя Фёдор сделал 24 бутерброда.

Критерии проверки.

“+” *Приведено верное решение и получен верный ответ*

“±” *Приведен верный ход решения, но из-за арифметической ошибки получен неверный ответ*

“±” *Верно и обоснованно получен ответ на другой вопрос (например, сколько бутербродов съел Шарик), но решение не закончено*

“⊖” *Приведен верный ответ и показано, что он удовлетворяет условию*

“⊖” *Приведен только верный ответ*

“–” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*

5.5. На острове живут три племени: рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут, и хитрецы, которые иногда говорят правду, а иногда лгут. За круглым столом сидят 100 представителей этих племен. Каждый из сидящих за столом произнес две фразы: 1) “Слева от меня сидит лжец”; 2) “Справа от меня сидит хитрец”. Сколько за столом рыцарей и сколько лжецов, если половина присутствующих – хитрецы?

Ответ: 25 рыцарей.

Решение. Так как рыцари говорят правду, то слева от каждого рыцаря сидит лжец. Докажем теперь, что справа от каждого лжеца сидит рыцарь. Действительно, так как лжецы лгут, то справа от каждого лжеца сидит не хитрец. Кроме того, справа от лжеца не может сидеть и лжец, так как тогда этот правый лжец первой фразой сказал бы правду. Следовательно, справа от каждого лжеца сидит рыцарь.

Таким образом, лжецы и рыцари разбиваются на пары, следовательно, среди пятидесяти их поровну, откуда и следует ответ.

Критерии проверки.

“+” *Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ*

“±” *Указано, что слева от каждого рыцаря сидит лжец и доказано, что справа от каждого лжеца сидит рыцарь, но далее получен неверный ответ или решение не закончено.*

“⊖” *Верный ответ получен, исходя из примера конкретной рассадки*

“⊖” *Указано, что слева от каждого рыцаря сидит лжец и что справа от каждого лжеца сидит рыцарь, но последнее утверждение не доказано*

“–” *Приведен только ответ*

“–” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*

6 класс

6.1. Найдите какое-нибудь решение ребуса: ГОД + ФИФА = 2018. (Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами – разные цифры. Достаточно привести ответ.)

Ответ: любой из следующих двенадцати вариантов: 1) $1213 + 805 = 2018$; 2) $1215 + 803 = 2018$; 3) $1312 + 706 = 2018$; 4) $1316 + 702 = 2018$; 5) $1413 + 605 = 2018$; 6) $1415 + 603 = 2018$; 7) $1613 + 405 = 2018$; 8) $1615 + 403 = 2018$; 9) $1712 + 306 = 2018$; 10) $1716 + 302 = 2018$; 11) $1813 + 205 = 2018$; 12) $1815 + 203 = 2018$.

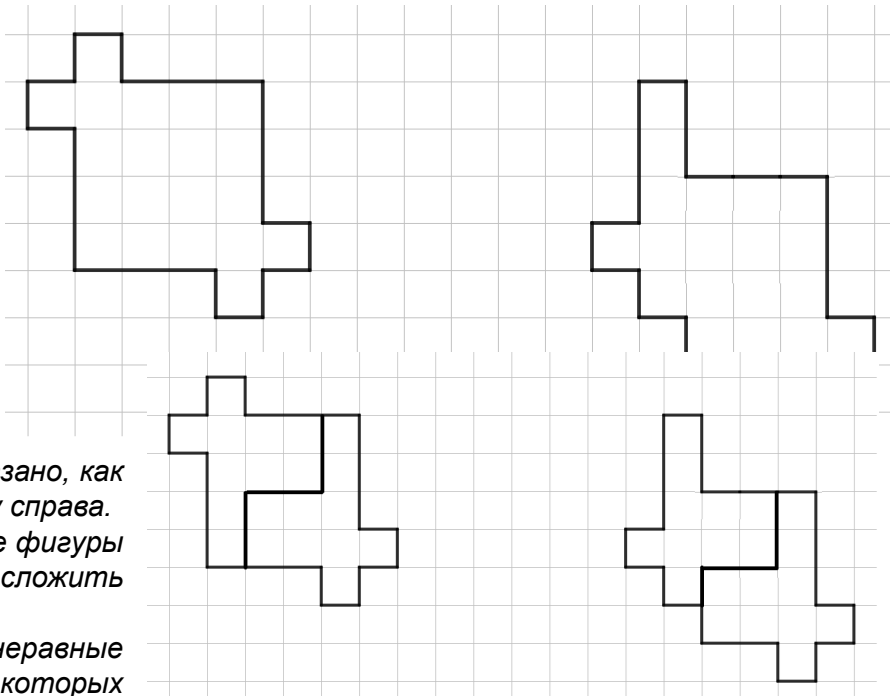
Достаточно привести один ответ. Других ответов не существует.

“+” *Приведен один или несколько верных ответов*

“±” *Приведено несколько ответов, среди которых есть как верный, так и неверные.*

“-” *Приведен неверный ответ или ответ отсутствует.*

6.2. Разрежьте фигуру, изображенную слева, по линиям сетки на две равные части и покажите, как из них сложить фигуру, изображенную справа. (Фигуры можно поворачивать и переворачивать. Равными называются фигуры, которые совмещаются при наложении).



Ответ: см. рис. 6.2.

Критерии проверки.

“+” *Приведено верное разрезание фигуры слева и показано, как из этих частей сложить фигуру справа.*

“±” *Приведено верное разрезание фигуры слева, но не показано, как сложить фигуру справа*

“-” *Фигура слева разрезана на неравные части или на части, из которых невозможно сложить фигуру справа*

“-” *Решение отсутствует*

Рис. 6.2

6.3. Пилюлькин, Гуся и Торопыжка украшают новогоднюю елку. Известно, что Гуся повесил на елку в два раза больше игрушек, чем Пилюлькин, Пилюлькин – на 15 игрушек меньше Торопыжки, а Торопыжка – в два раза больше, чем Гуся и Пилюлькин вместе взятые. Сколько игрушек украшают елку?

Ответ: 27 игрушек

Решение. Первый способ. Пусть Пилюлькин повесил одну часть всех игрушек, тогда Гуся повесил две такие части, а вместе они повесили три части игрушек (см. рис. 6.3). Следовательно, Торопыжка повесил 6 частей, что на 5 частей больше того, что повесил Пилюлькин. Так как эти 5 частей составляют 15 игрушек, то одна часть – это три игрушки. Таким образом, ёлку украшает $3 + 6 + 18 = 27$ игрушек.

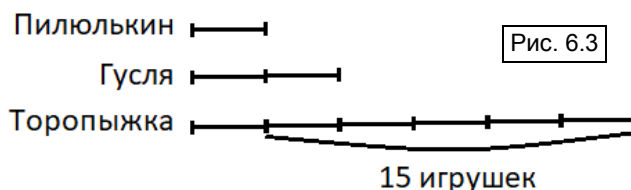


Рис. 6.3

Второй способ. Пусть Пилюлькин повесил x игрушек, тогда Гуся повесил $2x$ игрушек, а вместе они повесили $3x$ игрушек. Торопыжка повесил $2 \cdot 3x = 6x$ игрушек. Зная, что он повесил на 15 игрушек больше, чем Пилюлькин, составим уравнение: $6x - x = 15$, откуда $x = 3$. Таким образом, на ёлке висит 27 игрушек.

Критерии проверки.

“+” *Приведено верное решение и получен верный ответ*

“±” *Приведен верный ход решения, но из-за арифметической ошибки получен неверный ответ*

“±” *Верно и обоснованно получен ответ на другой вопрос (например, сколько игрушек повесил Пилюлькин), но решение не закончено*

“+” *Приведен верный ответ и показано, что он удовлетворяет условию*

“+” *Приведен только верный ответ*

“-” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*

6.4. Состоятельный Крот подсчитал, что своими запасами зерна он может целиком заполнить либо 20 больших мешков зерна, либо 32 маленьких мешка. На месяц зимовки ему необходимо 7

больших мешков зерна. Крот может обменять у других кротов 2 больших мешка на 3 маленьких. Сможет ли Крот перезимовать три месяца или ему нужны дополнительные запасы?

Ответ: не сможет.

Решение. При пересыпании одного большого мешка Крот может заполнить $32 : 20 = 1,6$ маленьких. В то же время, при обмене за один большой мешок он получит $3 : 2 = 1,5$ маленьких. Значит, путем обмена он не сможет увеличить количество имеющегося у него зерна. А на данный момент этих запасов не хватает: на три месяца Кроту требуется 21 большой мешок, а в наличии у него только 20.

Критерии проверки.

“+” *Приведено полное обоснованное решение*

“±” *Доказано, что менять мешки смысла не имеет, но не указано, что имеющихся запасов не хватит*

“∓” *Указано, но не доказано, что менять мешки смысла не имеет*

“–” *Указано только, что 20 больших мешков на три месяца не хватит*

“–” *Приведен только ответ*

“–” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*

6.5. За большим круглым столом сидят 60 человек, каждый из которых – рыцарь или лжец. Каждый из них произнес фразу: “Из пяти человек, сидящих подряд справа от меня, хотя бы двое – лжецы”. Сколько рыцарей может сидеть за этим столом?

Ответ: 40 рыцарей.

Решение. Разобьем 60 сидящих за столом людей на 10 групп по 6 человек в каждой и докажем, что в каждой из групп ровно два лжеца. Рассмотрим два случая.

1) Пусть первый человек в такой группе – рыцарь. Тогда он сказал правду, и среди пяти человек этой группы, сидящих справа от него, хотя бы двое – лжецы. При этом, более двух лжецов в такой группе быть не может, иначе бы первый лжец этой группы сказал бы правду. Значит, в этой группе ровно два лжеца.

2) Пусть первый человек в такой группе – лжец. Тогда он солгал, и среди пяти человек этой группы, сидящих справа от него, не более одного лжеца. При этом, ровно один лжец должен быть, иначе первый рыцарь этой группы солгал бы: за ним сидят четыре рыцаря и не более одного лжеца. Значит, и в этой группе, с учетом первого, ровно два лжеца.

Таким образом, в каждой из десяти групп – ровно 4 рыцаря, всего рыцарей – 40.

Критерии проверки.

“+” *Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ*

“±” *Верно рассмотрены оба случая, но ответ ошибочен или отсутствует*

“∓” *Верно рассмотрен только один из двух возможных случаев, из которого сделан вывод, что в группе из шести человек ровно двое лжецов*

“∓” *Верный ответ получен, исходя из конкретного примера расстановки рыцарей и лжецов*

“–” *Приведен только ответ*

“–” *Приведено неверное решение или оно отсутствует*