

Городской тур.

7 класс.

1. Петя купил в магазине "Машины Тьюринга и другие вычислительные устройства" микрокалькулятор, который может выполнять следующие операции: по любым числам x и y он вычисляет $x+y$, $x-y$, $x+1$, и $\frac{1}{x}$ (если $x \neq 0$). Петя утверждает, что он может возвести любое положительное число в квадрат с помощью своего микрокалькулятора, сделав не более 6 операций.

А Вы можете это сделать?

Если можете, то попробуйте перемножить любые два положительных числа, сделав не более 20 операций (промежуточные результаты можно записывать на бумаге и использовать в вычислениях неоднократно).

2. В квадрате находятся 5 точки. Доказать, что между какими-то двумя из них расстояние не превосходит длины половины диагонали квадрата.

3. Петя приобрел в том же магазине автомат, который за 5 копеек умножает любое введенное в него число на 3, а за 2 копейки прибавляет к любому числу 4. Петя хочет, начиная с 1, которую можно ввести в автомат бесплатно, набрать на нем число 1981 и затратить наименьшее количество копеек. Во сколько обойдутся ему вычисления?

А что будет, если он захочет набрать число 1982?

4. Какое наименьшее количество точек на плоскости надо взять, чтобы среди попарных расстояний между ними встретились числа 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64? (Не запрещается, чтобы среди попарных расстояний между точками, кроме указанных, встречались и другие числа).