

14 марта 1982 года

8 класс

1. Упростить выражение

$$\frac{2}{\sqrt{4 - 3 \cdot \sqrt[4]{5} + 2 \cdot \sqrt{5} - \sqrt[4]{125}}}$$

2. Прямоугольник разрезан на 5 прямоугольников. Доказать, что один из пяти прямоугольников можно накрыть другим.
3. Числа 1, 2, 3, ..., 1982 возводятся в квадрат и записываются подряд в некотором порядке. Является ли полученное многозначное число полным квадратом?
4. Все диагонали выпуклого пятиугольника параллельны противоположным сторонам. Докажите, что отношение каждой диагонали к противоположной стороне равно $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$
5. Считая известной формулу

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Доказать, что для различных натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n справедливо неравенство

$$(a_1^7 + \dots + a_n^7) + (a_1^5 + \dots + a_n^5) \geq 2 \cdot (a_1^3 + \dots + a_n^3)^2.$$

Возможно ли равенство для каких-нибудь различных натуральных чисел a_1, a_2, \dots, a_n ?