10 КЛАСС

1. Доказать неравенство (не используя калькуляторов, таблиц и т.п.) $\sin 1 < \log_3 \sqrt{7}$
2. Жюри олимпиады решило по её результатам сопоставить каждому участнику натуральное число таким образом, чтобы по этому числу можно было однозначно восстановить баллы, полученные участником за каждую задачу, и чтобы из каждых двух школьников большее число сопоставлялось тому, кто набрал большую сумму баллов. Помогите жюри решить эту задачу!
3. Решить уравнение в целых числах $19x^3 - 84y^2 = 1984$
4. В некотором царстве, в некотором государстве было выпущено неограниченное количество монет достоинством в $n_1, n_2, n_3, \ldots$ копеек, где $n_1 < n_2 < n_3 < \ldots$ – бесконечная последовательность, состоящая из натуральных чисел. Доказать, что эту последовательность чисел можно оборвать, т.е. найдется такое число N, что любую сумму, которую можно уплатить без сдачи выпущенными монетами, на самом деле можно уплатить только монетами достоинством в $n_1, n_2, \ldots n_N$ копеек.
5. Квадрат разрезан на остроугольные треугольники. Доказать, что их не меньше 8.
6. Треугольное сечение куба касается вписанного в куб шара. Доказать, что площадь этого сечения меньше половины площади грани куба.

10 КЛАСС

1. Доказать неравенство (не используя калькуляторов, таблиц и т.п.) $\sin 1 < \log_3 \sqrt{7}$.
2. Жюри олимпиады решило по её результатам сопоставить каждому участнику натуральное число таким образом, чтобы по этому числу можно было однозначно восстановить баллы, полученные участником за каждую задачу, и чтобы из каждых двух школьников большее число сопоставлялось тому, кто набрал большую сумму баллов. Помогите жюри решить эту задачу!
3. Решить уравнение в целых числах $19x^3 - 84y^2 = 1984$.
4. В некотором царстве, в некотором государстве было выпущено неограниченное количество монет достоинством в $n_1, n_2, n_3, \ldots$ копеек, где $n_1 < n_2 < n_3 < \ldots$ – бесконечная последовательность, состоящая из натуральных чисел. Доказать, что эту последовательность можно оборвать, т.е. найдется такое число N, что любую сумму, которую можно уплатить без сдачи выпущенными монетами, на самом деле можно уплатить только монетами достоинством в $n_1, n_2, \ldots n_N$ копеек.
5. Квадрат разрезан на остроугольные треугольники. Доказать, что их не меньше 8.
6. Треугольное сечение куба касается вписанного в куб шара. Доказать, что площадь этого сечения меньше половины площади грани куба.