

7 класс

- I. Найти все значения x и y , удовлетворяющие равенству

$$xy + 1 = x + y.$$

2. Даны пять различных положительных чисел, которые можно разбить на две группы так, чтобы суммы чисел в этих группах были одинаковыми. Сколькими способами это можно сделать?
3. Длины a, b, c, d четырех отрезков удовлетворяют неравенствам $0 < a \leq b \leq c < d, d < a + b + c$. Можно ли из этих отрезков сложить трапецию?
4. В центре квадрата сидит заяц, а в каждом из четырех углов по одному волку. Может ли заяц выбежать из квадрата, если волки могут бегать только по сторонам квадрата с максимальной скоростью в 1.4 раза большей, чем максимальная скорость зайца?
5. В магазин привезли цистерну молока. У продавца имеются чашечные весы без гирь (на чашки весов можно ставить фляги), а также три одинаковые фляги, две из которых пустые, а в третьей налит 1 л молока. Как отлить в одну флягу ровно 85 л молока, сделав не более восьми взвешиваний?

9 класс

- I. Найти все значения x, y и z , удовлетворяющие равенству

$$\sqrt{x - y + z} = \sqrt{x} - \sqrt{y} + \sqrt{z}.$$

2. В некоторой стране 1985 аэродромов. С каждого из них вылетел самолет и приземлился на самом удаленном от места старта аэродроме. Могло ли случиться, что в результате все 1985 самолетов оказались на 50 аэродромах? (Землю можно считать плоской, а маршруты прямыми.)
3. На лист бумаги "в клетку" положен бумажный квадрат, площадь которого равна учетверенной площади клетки. Оказалось, что какие-то 7 узлов накрыты этим квадратом. Сколько всего узлов им накрыто? (Узел - это точка пересечения линий бумаги; если узел лежит на границе квадрата, то он считается накрытым.)
4. Доказать, что в любой группе из 12 человек можно выбрать двоих, а среди оставшихся 10 человек еще пятерых так, чтобы каждый из этих пятерых удовлетворял следующему условию: либо он дружит с обоими выбранными вначале, либо не дружит ни с одним из них.
5. Доказать, что любое число 2^n , где $n = 3, 4, 5, \dots$ можно представить в виде $2^n = 7x^2 + y^2$, где x и y нечетные числа.