

8 класс

1. Найти все значения x, y и z , удовлетворяющие равенству
- $$(x - y + z)^2 = x^2 - y^2 + z^2.$$
2. Числа $a_1, a_2, \dots, a_{1985}$ представляют собой переставленные в некотором порядке числа $1, 2, \dots, 1985$. Каждое число a_k умножается на его номер k , а затем среди всех полученных 1985 произведений выбирается наибольшее. Доказать, что оно не меньше, чем 993^2 .
3. На лист бумаги "в клетку" положен бумажный квадрат, площадь которого равна учетверенной площади клетки. Какое наименьшее число узлов может покрывать этот квадрат? (Узел — это точка пересечения линий бумаги; если узел лежит на границе квадрата, то он считается накрытым.)
4. За дядькой Черномором выстроились чередой бесконечное число богатырей. Доказать, что он может приказать части из них выйти из строя так, чтобы в строю осталось бесконечно много богатырей и все они стояли по росту (не обязательно в порядке убывания роста).
5. Доказать, что если длина каждой из трех биссектрис треугольника больше 1 , то его площадь больше $1/\sqrt{3}$.

10 класс

- I. Решить уравнение

$$\frac{x-49}{50} + \frac{x-50}{49} = \frac{49}{x-50} + \frac{50}{x-49}.$$

2. Длины a, b, c, d четырех отрезков удовлетворяют неравенствам $0 < a \leq b \leq c < d$, $d < a + b + c$. Можно ли из этих отрезков составить трапецию?
3. Назовем "сложностью" данного числа наименьшую длину числовой последовательности (если такая найдется), которая начинается с нуля и заканчивается этим числом, причем каждый следующий член последовательности либо равен половине предыдущего, либо в сумме с предыдущим составляет 1 . Среди всех чисел вида $m/2^{50}$, где $m = 1, 3, 5, \dots, 2^{50} - 1$, найти число с наибольшей "сложностью".
4. Даны 1985 множеств, каждое из которых состоит из 45 элементов, причем объединение любых двух множеств содержит ровно 89 элементов. Сколько элементов содержит объединение всех этих 1985 множеств?
5. Доказать, что если расстояния между скрещивающимися ребрами тетраэдра равны соответственно h_1, h_2, h_3 , то объем тетраэдра не меньше, чем $h_1 h_2 h_3 / 3$.