МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ, 1986 г.

7 класс.

1. На листе прозрачной бумаги нарисован четырехугольник. Указать способ, как сложить этот лист (возможно, в несколько раз), чтобы определить, является ли исходный четырехугольник ромбом.

2. Доказать, что ни для каких чисел x, y, z не могут одновременно выполняться три неравенства:

$$|x| < |y-z|, \quad |y| < |z-x|, \quad |z| < |x-y|.$$

3. Три гнома живут в разных домах и ходят со скоростями $1, 2$ и 3 км/ч соответственно. Какое место для ежедневных встреч нужно им выбрать, чтобы сумма времен, необходимых каждому из гномов на путь от своего дома до этого места (по прямой), была наименьшей?

4. Произведение некоторых 1986 натуральных чисел имеет ровно 1985 различных простых делителей. Доказать, что либо одно из этих чисел, либо произведение нескольких из них является квадратом натурального числа.

5. Известно, что в кодовом замке исправны только кнопки с номерами $1, 2, 3$, а код этого замка трехзначен и не содержит других цифр. Написать последовательность цифр наименьшей длины, наверняка открывающую этот замок (замок открывается, как только подряд и в правильном порядке нажаты все три цифры его кода).