

8 класс.

1. На листе прозрачной бумаги нарисован четырехугольник. Указать способ, как сложить этот лист (возможно, в несколько раз), чтобы, не используя никакие инструменты, можно было определить, является ли исходный четырехугольник квадратом.

2. Найти все натуральные числа, не представимые в виде разности квадратов каких-либо натуральных чисел.

3. Доказать, что если $a_1 = 1$, $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} + \frac{1}{a_{n-1}}$

при $n = 2, 3, \dots, 10$, то $0 < a_{10} - \sqrt{2} < 3^{-500}$.

4. Квадратное поле разбито на сто одинаковых квадратных участков, девять из которых поросли бурьяном. Известно, что бурьян за год распространяется на те и только те участки, у каждого из которых не менее двух соседних участков уже поражены бурьяном (участки называются соседними, если они имеют общую сторону). Доказать, что полностью все поле бурьяном никогда не зарастет.

5. Доказать, что система неравенств

$$\begin{cases} |x| > |y - z + t|, \\ |y| > |x - z + t|, \\ |z| > |x - y + t|, \\ |t| > |x - y + z| \end{cases}$$

не имеет решений.