

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ, 1986 г.

9 класс.

1. На листе бумаги отмечены точки A, B, C, D . Распознающее устройство может абсолютно точно выполнять два типа операций:

а) измерять в сантиметрах расстояние между двумя заданными точками;

б) сравнивать два заданных числа.

Какое наименьшее число операций нужно выполнить этому устройству, чтобы можно было наверняка определить, является ли четырехугольник $ABCD$ прямоугольником?

2. Из точки M по плоскости с постоянной скоростью ползет муравей. Его путь представляет собой спираль, которая наматывается на точку O и гомотетична некоторой своей части относительно этой точки. Сможет ли муравей пройти весь свой путь за конечное время?

3. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} |x| < |y - z + t|, \\ |y| < |x - z + t|, \\ |z| < |x - y + t|, \\ |t| < |x - y + z|. \end{cases}$$

4. Произведение некоторых 48 натуральных чисел имеет ровно 10 простых делителей. Доказать, что произведение некоторых четырех из этих чисел является квадратом натурального числа.

5. На координатной плоскости нарисованы круги радиуса $\frac{1}{14}$ с центрами в каждой точке, у которой обе координаты — целые числа. Доказать, что любая окружность радиуса 100 пересечет хотя бы один из нарисованных кругов.