

10 класс.

1. На листе бумаги отмечены точки  $A, B, C, D$ . Распознающее устройство может абсолютно точно выполнять два типа операций:

а) измерять в сантиметрах расстояние между двумя заданными точками;

б) сравнивать два заданных числа.

Какое наименьшее число операций нужно выполнить этому устройству, чтобы можно было наверняка определить, является ли четырехугольник

$ABCD$  квадратом?

2. Биссектриса угла  $A$  треугольника  $ABC$  продолжена до пересечения в точке  $D$  с описанной вокруг него окружностью.

Доказать неравенство  $AD > \frac{AB+AC}{2}$ .

3. Решить уравнение  $x^{(x^4)} = 4 \quad (x > 0)$ .

4. Доказать, что ни для каких векторов  $a, b, c$  не могут одновременно выполняться три неравенства

$$\sqrt{3}|a| < |b-c|, \sqrt{3}|b| < |c-a|, \sqrt{3}|c| < |a-b|.$$

5. Какое наименьшее значение в зависимости от параметров  $\alpha$  и  $\beta$  принимает максимум функции

$$y(x) = |\cos x + \alpha \cos 2x + \beta \cos 3x|, \quad x \in \mathbb{R} ?$$