7 класс.

I. В марте 1987 года учитель решил провести 11 занятий математического кружка. Доказать, что если по субботам и воскресеньям кружок не проводить, то в марте найдутся три дня подряд, в течение которых не будет ни одного занятия кружка.

2. Доказать, что из любых 27 различных натуральных чисел, меньших 100, можно выбрать два числа, не являющиеся взаимно простыми.

3. По поляне, имеющей форму равностороннего треугольника со стороной 100 м, бегает волк. Охотник убивает волка, если стреляет в него с расстояния не более 30 м. Доказать, что охотник может убить волка, как бы быстро тот ни бегал.

4. Пусть AB – основание трапеции $ABCD$. Доказать, что если $AC+BC=AD+BD$, то трапеция $ABCD$ – равнобокая.

5. Али-Баба и 40 разбойников решили разделить клад из 1987 золотых монет следующим образом: первый разбойник делит весь клад на две части, затем второй разбойник делит одну из частей на две части и т.д. После 40-го деления первый разбойник выбирает наибольшую из частей, затем второй разбойник выбирает наибольшую из оставшихся частей и т.д. Последняя, 41-я часть достается Али-Бабе. Для каждого из 40 разбойников определить, какое наибольшее количество монет он может себе обеспечить при таком дележе независимо от действий других разбойников.

9 класс.

I. Даны 7 различных цифр. Доказать, что для любого натурального числа n найдется пара данных цифр, сумма которых оканчивается той же цифрой, что и число n.

2. По k вершинам правильного пятиугольника с помощью двусторонней линейки восстановить остальные вершины в случае: а) $k=4$; б) $k=3$. (Двусторонней линейкой можно делать то же, что и обычной линейкой без делений, а также проводить прямую, параллельную данной, на расстоянии, равном ширине линейки.)

3. Найти такие 50 натуральных чисел, что ни одно из них не делится на другое, а произведение любых двух из них делится на любое из оставшихся чисел.

4. Доказать, что для любых чисел $a_1, \ldots, a_{1987}$ и положительных чисел $b_1, \ldots, b_{1987}$ справедливо неравенство
$$\frac{(a_1+\ldots+a_{1987})^2}{b_1+\ldots+b_{1987}} \leq \frac{a_1^2}{b_1}+\ldots+\frac{a_{1987}^2}{b_{1987}}.$$

5. Таня уронила мячик в огромный прямоугольный бассейн. Она хочет его достать с помощью 30 узких досок длиной 1 м каждая, построив из них мостики так, чтобы каждая доска опиралась на края бассейна или на уже положенные доски и чтобы в итоге одна из досок прошла над мячиком. Доказать, что Тане не удастся это сделать, если расстояния от краев бассейна до мячика превышают 2 м.