

8 класс: I. Над строкой из четырех чисел 1, 9, 8, 8 сделаем следующую операцию: между каждыми двумя соседними числами впишем число, которое получится в результате вычитания левого числа из правого. Над новой строкой сделаем ту же операцию и т.д. Найти сумму чисел строки, которая получится после ста таких операций.

2. Имеется линейка без делений и специальный инструмент, позволяющий измерять расстояние между двумя произвольными точками и откладывать это расстояние на любой уже проведенной прямой от произвольной точки этой прямой. Как с помощью этих инструментов и карандаша разделить пополам данный отрезок?

3. Доказать, что ни одна четверка натуральных чисел x, y, z, t не удовлетворяет равенству $3x^4 + 5y^4 + 7z^4 = 11t^4$.

4. Даны четыре монеты, среди которых могут оказаться фальшивые. Известно, что настоящая монета весит 10 г, а фальшивая - 9 г. Весы с одной чашкой показывают общий вес положенных на эту чашку монет. Найти наименьшее количество взвешиваний, которое нужно сделать, чтобы наверняка определить, какие монеты являются фальшивыми, а какие - настоящими.

Заккрытие олимпиады состоится 3 апреля в день открытых дверей механико-математического факультета МГУ с II часов в аудитории 02 Главного Здания МГУ.

----- 88

10 класс: I. Калькулятор имеет пять операций: сложение, вычитание, умножение, деление и извлечение квадратного корня. Найти формулу, по которой на этом калькуляторе можно определить наибольшее из двух произвольных чисел a и b .

2. Существует ли на координатной плоскости прямая, относительно которой симметричен график функции $y = 2^x$?

3. Всякий ли параллелепипед можно рассечь плоскостью так, чтобы в сечении получился прямоугольник?

4. Имеется линейка без делений и эталон длины, позволяющий откладывать некоторое фиксированное расстояние на любой уже проведенной прямой от произвольной точки этой прямой. Как с помощью этих инструментов и карандаша провести какой-нибудь перпендикуляр к данной прямой?

5. Возьмем пару натуральных чисел и разделим с остатком большее из них на меньшее (если числа равны, то также одно из них разделим на другое). Из полученных частного и остатка образуем новую пару чисел и сделаем с ней то же самое. Как только одно из чисел окажется равным нулю, прекратим вычисления. Доказать, что если начать с чисел, не превосходящих 1988, то более шести делений выполнить не удастся.

Заккрытие олимпиады состоится 3 апреля в день открытых дверей механико-математического факультета МГУ с II часов в аудитории 02 Главного Здания МГУ.