

Объединенная межвузовская математическая олимпиада школьников 2016 года
Заочный тур (24.12.2015–24.01.2016)

Задача 1. Петя вскапывает грядку на 8 минут дольше, чем если бы он делал это вместе с Васей, а Вася вскапывает грядку на 18 минут дольше, чем если бы он делал это вместе с Петей. За какое время они вскопают грядку, работая вместе? Ответ дайте в минутах. При необходимости округлите ответ с точностью до сотых.

Задача 2. У каждого составного числа от 1 до 100 нашли наименьший простой делитель. Найдите сумму обратных величин всех этих делителей. При необходимости округлите ответ с точностью до сотых.

Задача 3. В одной урне лежат 4 зелёных и 6 красных шариков, а в другой — 16 зелёных и N красных. Из каждой урны наугад вытаскивают по одному шарику. Вероятность того, что шарики окажутся одного цвета, равна 0,58. Найдите N .

Задача 4. Длины диагоналей ромба $ABCD$ — различные целые числа. На сторонах AB , BC , CD и DA отмечены точки P , Q , R , S соответственно. Оказалось, что $PQRS$ — квадрат со стороной 73, причем PQ параллельно AC . Найдите длины диагоналей ромба $ABCD$. В ответе укажите большую из диагоналей.

Задача 5. Задачник содержит 300 задач, пронумерованных от 1 до 300. У учительницы есть магнитики с цифрами. В начале урока она прикрепляет их на доску так, чтобы образовались номера четырёх задач, которые разбираются на уроке. Какое наименьшее число магнитиков должно быть у учительницы, чтобы она могла задать на уроке любые четыре задачи?

Задача 6. Достаточно высокая цилиндрическая бочка с диаметром основания 2 до краёв заполнена водой. В неё погрузили куб с ребром 4 так, что одна из главных диагоналей куба лежит на оси цилиндра (см. рис.). Найдите объём вытесненной воды. При необходимости округлите ответ с точностью до сотых.

