

*Объединенная межвузовская математическая олимпиада школьников 2021 года
Заочный тур (25.12.2020–25.01.2021)*

Задача 1. По правилам дорожного движения (пункт 26.2) водитель автобуса

- не может работать больше 9 часов в день; он может увеличить это число до 10 часов в день, но не чаще чем два раза за 7 последовательных дней;
- не может работать больше 56 часов за 7 последовательных дней;
- не может работать больше 90 часов за 14 последовательных дней.

Какое наибольшее число часов может проработать водитель автобуса за 2020-й год?

Задача 2. Функция $f(x) = ax + b$, где a и b – целые числа, такова, что для каждого натурального числа n числа $f(3n+1)$, $f(3n)+1$ и $3f(n)+1$ – три последовательных целых числа в некотором порядке. Какие значения может принимать число $f(2020)$? В ответе перечислите все возможные варианты через точку с запятой (без пробелов) в порядке возрастания. Например, $-1; 0; 1$.

Задача 3. На чемпионате по волейболу после x игр у команды «ОММО» было n процентов побед, а после $x+1$ игры – $n+1$ процент побед (x и n – натуральные числа). При каком наименьшем x такое могло случиться?

Задача 4. В треугольнике ABC стороны AB , BC и CA равны 3, 4 и 5 соответственно. На сторонах AB , BC , CA нашлись пары точек C_1 и C_2 , A_1 и A_2 , B_1 и B_2 соответственно, а внутри треугольника ABC – точка P такие, что треугольники PA_1A_2 , PB_1B_2 и PC_1C_2 – равные и равносторонние. Найдите площадь выпуклого шестиугольника с вершинами в точках A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 , C_2 . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 5. Сколькими способами можно вычеркнуть 23 буквы из последовательности ОМОМО...МО (всего 27 букв) так, чтобы остались четыре буквы О, М, М, О, идущие именно в таком порядке?

Задача 6. Решите уравнение $x[x[x[x]]] = 122$. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01. *Напомним, что через $[x]$ обозначается наибольшее целое число, не превосходящее x .*