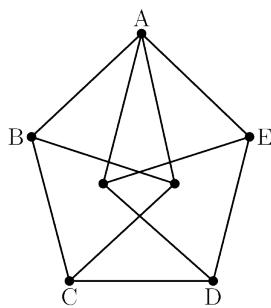


*Объединенная межвузовская математическая олимпиада школьников 2022 года*  
**Заочный тур (27.12.2021–25.01.2022)**

---

**Задача 1.** Антон, Борис и Вениамин договорились прийти в музей в промежуток между 13:00 и 14:00. Каждый мальчик выбирает время прихода наугад. Известно, что Антон пришёл раньше Бориса. Какова вероятность, что он пришёл и раньше Вениамина? Ответ должен быть числом от 0 до 1. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,001.

**Задача 2.** В 1961 году братья Мозер для доказательства, что хроматическое число плоскости больше или равно 4, предложили конструкцию из 7 вершин и 11 отрезков, длина каждого из которых равна 1 (см. чертёж). Найдите площадь пятиугольника  $ABCDE$ . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,001.



**Задача 3.** Ёмкость в форме прямоугольного параллелепипеда имеет размеры  $20 \text{ см} \times 30 \text{ см} \times 40 \text{ см}$ . Ребро длины 20 см лежит на столе, а ребро длины 40 см наклонено к плоскости стола под углом  $30^\circ$ . В ёмкость налита вода, которая покрывает четверть от нижней грани  $20 \text{ см} \times 40 \text{ см}$ . Найдите объём воды в ёмкости, ответ дайте в  $\text{см}^3$ . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,001.

**Задача 4.** Саша любит задачи по комбинаторике, а также любит разгадывать судоку. Однажды он задумался: «Сколькими способами может стоять конкретная цифра в судоку?» Помогите Саше, т.е. укажите, сколькими способами можно выбрать 9 клеток доски  $9 \times 9$ , разделённой на девять квадратиков  $3 \times 3$ , так, чтобы в каждой строчке, в каждом столбце, и в каждом из девяти квадратиков  $3 \times 3$  была выбрана ровно одна клетка.

**Задача 5.** Функция  $f(x)$ , определённая на целых числах, такова, что для каждого целого числа  $n$  выполняется равенство

$$(n - 2021)f(n) - f(2021 - n) = 2021.$$

Какие значения может принимать  $f(2021)$ ? Если ответов несколько, перечислите их через точку с запятой в порядке возрастания; например,  $-2; -1,2; 0; 2021$ . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,001.

**Задача 6.** Существует единственное положительное иррациональное число  $x$  такое, что  $x^2 + x$  и  $x^3 + 4x^2$  — целые числа. Найдите  $x$ . Округлите ответ с точностью до 0,001.