Заочный тур (27.12.2022–25.01.2023)

Задача 1. Пять роботов угадывали двузначное число. Робот может назвать какое-то число и ему скажут, больше ли загаданное число названного, меньше или равно. Каждый робот угадал загаданное число 17 за 8 вопросов:

- 1-й робот спрашивал в таком порядке: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17;
- 2-й робот: 90, 70, 50, 30, 10, 20, 19, 17;
- 3-й робот: 10, 99, 50, 30, 20, 15, 16, 17;
- 4-й робот: 50, 20, 10, 25, 15, 19, 18, 17;
- 5-й робот: 90, 10, 50, 20, 11, 13, 16, 17.

Конечно, их алгоритмы не самые оптимальные, но один из роботов задал вопрос, на который уже мог сам сказать ответ. Про какое число он в этот момент спросил?

Задача 2. Рассмотрим все 33! способа записать 33 буквы русского алфавита подряд. Пусть N_1 — количество полученных «слов» в которых можно найти и «АБ» (т.е. буквы А и Б стоящие рядом именно в таком порядке), и «ВГ», и «ДЕ». Пусть N_2 — количество «слов», в которых можно найти и «АБВ», и «ГДЕ». Найдите N_1/N_2 . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 3. Окружность радиуса 6 и окружность радиуса 24 касаются внешним образом. Чему равна площадь треугольника, образованного тремя их общими касательными? Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 4. Положительное число $x \neq \frac{1}{2}, \frac{1}{20}$, таково, что

$$\log_{20x}(45x) = \log_{2x}(33x) = \log_{10} a.$$

Найдите а. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 5. Сколько существует пар целых чисел (a,b) таких, что $0 \le a \le 96$, $0 \le b \le 96$ и остаток числа a^2 при делении на 97 меньше остатка числа b^2 при делении на 97?

Задача 6. В тетрадэдре ABCD выполнено AD = BC = 28, AC = BD = 44 и AB = CD = 52. Чему равен радиус описанной сферы этого тетраэдра? Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0.01.