IV Всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф.Шарыгина
Финал. 8 класс. Второй день

31 июля 2008 года *«Ратмино», Дубна*

6. Рассматриваются треугольники, все вершины которых являются вершинами данного правильного **2008**-угольника. Каких среди них больше: остроугольных или тупоугольных?

7. Дан равнобедренный треугольник $\boldsymbol{ABC}$ с основанием $\boldsymbol{AC}$ и углом $\boldsymbol{\alpha}$ при вершине. На отрезке $\boldsymbol{AC}$ во внешнюю сторону построена дуга с градусной мерой $\boldsymbol{\beta}$. Две прямые, проходящие через вершину $\boldsymbol{B}$, делят как отрезок, так и дугу $\boldsymbol{AC}$ на три равные части. Найдите $\boldsymbol{\alpha/\beta}$.

8. На доске был нарисован выпуклый четырёхугольник. Боря отметил центры четырёх окружностей, каждая из которых касается одной стороны четырёхугольника и продолжений двух соседних с ней. После чего Алёша стёр четырёхугольник. Сможет ли Боря определить, чему равнялся периметр четырёхугольника?

IV Всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф.Шарыгина
Финал. 8 класс. Второй день

31 июля 2008 года *«Ратмино», Дубна*

6. Рассматриваются треугольники, все вершины которых являются вершинами данного правильного **2008**-угольника. Каких среди них больше: остроугольных или тупоугольных?

7. Дан равнобедренный треугольник $\boldsymbol{ABC}$ с основанием $\boldsymbol{AC}$ и углом $\boldsymbol{\alpha}$ при вершине. На отрезке $\boldsymbol{AC}$ во внешнюю сторону построена дуга с градусной мерой $\boldsymbol{\beta}$. Две прямые, проходящие через вершину $\boldsymbol{B}$, делят как отрезок, так и дугу $\boldsymbol{AC}$ на три равные части. Найдите $\boldsymbol{\alpha/\beta}$.

8. На доске был нарисован выпуклый четырёхугольник. Боря отметил центры четырёх окружностей, каждая из которых касается одной стороны четырёхугольника и продолжений двух соседних с ней. После чего Алёша стёр четырёхугольник. Сможет ли Боря определить, чему равнялся периметр четырёхугольника?

IV Всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф.Шарыгина
Финал. 9 класс. Второй день

31 июля 2008 года *«Ратмино», Дубна*

6. Постройте неравнобедренный треугольник, если даны основания высоты и биссектрисы, проведенных к одной стороне, а также точка пересечения медиан.

7. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен R. Через ортоцентр H этого треугольника провели другую окружность того же радиуса, пересекающую описанную окружность в точках X и Y. Точка Z выбрана так, что $CXZY$ — параллелограмм. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A, B, Z.

8. На окружности ω, описанной около треугольника ABC, взяты две точки P и Q. Серединный перпендикуляр l к отрезку PQ пересекает прямые BC, CA, AB в точках A', B', C' соответственно. Пусть A'', B'', C'' — вторые точки пересечения l с окружностями, описанными около треугольников $A'PQ$, $B'PQ$, $C'PQ$ соответственно. Докажите, что прямые AA'', BB'', CC'' пересекаются в одной точке.

IV Всероссийская олимпиада по геометрии им. И.Ф.Шарыгина
Финал. 9 класс. Второй день

31 июля 2008 года *«Ратмино», Дубна*

6. Постройте неравнобедренный треугольник, если даны основания высоты и биссектрисы, проведенных к одной стороне, а также точка пересечения медиан.

7. Радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен R. Через ортоцентр H этого треугольника провели другую окружность того же радиуса, пересекающую описанную окружность в точках X и Y. Точка Z выбрана так, что $CXZY$ — параллелограмм. Найдите радиус окружности, проходящей через точки A, B, Z.

8. На окружности ω, описанной около треугольника ABC, взяты две точки P и Q. Серединный перпендикуляр l к отрезку PQ пересекает прямые BC, CA, AB в точках A', B', C' соответственно. Пусть A'', B'', C'' — вторые точки пересечения l с окружностями, описанными около треугольников $A'PQ$, $B'PQ$, $C'PQ$ соответственно. Докажите, что прямые AA'', BB'', CC'' пересекаются в одной точке.

IV олимпиада по геометрии им. И.Ф.Шарыгина
Финал. 10 класс. Второй день

31 июля 2008 года *«Ратмино», Дубна*

6. В треугольнике ABC выполняется равенство $AC \cdot BC = 8Rr$, где R и r — радиусы описанной и вписанной окружностей. Докажите, что $\angle C < 60°$.

7. Медианы AA' и BB' треугольника ABC являются хордами двух окружностей. Дуги этих окружностей, направленные в сторону вершины C, имеют одинаковую градусную меру. Докажите, что общая хорда этих окружностей проходит через вершину C.

8. Конечное множество точек на плоскости таково, что из любых трёх его точек найдутся две, расстояние между которыми не превосходит 1. Докажите, что это множество можно разбить на три части, диаметр каждой из которых не превосходит 1.

IV олимпиада по геометрии им. И.Ф.Шарыгина
Финал. 10 класс. Второй день

31 июля 2008 года *«Ратмино», Дубна*

6. В треугольнике ABC выполняется равенство $AC \cdot BC = 8Rr$, где R и r — радиусы описанной и вписанной окружностей. Докажите, что $\angle C < 60°$.

7. Медианы AA' и BB' треугольника ABC являются хордами двух окружностей. Дуги этих окружностей, направленные в сторону вершины C, имеют одинаковую градусную меру. Докажите, что общая хорда этих окружностей проходит через вершину C.

8. Конечное множество точек на плоскости таково, что из любых трёх его точек найдутся две, расстояние между которыми не превосходит 1. Докажите, что это множество можно разбить на три части, диаметр каждой из которых не превосходит 1.