

Конкурс по математическим играм

Рекомендуем выбрать наиболее интересную игру и ответить на поставленные вопросы. На вопрос «кто победит?» нужно не просто отвечать, а подробно объяснять, как именно следует играть победителю, чтобы победить любого соперника, как бы тот ни ходил. Если вы найдёте ещё какие-то закономерности в предложенных играх, разберёте незаданные достаточно общие случаи, напишите о них тоже. Не пытайтесь решить всё. Хороший анализ одной игры позволит считать вас одним из победителей конкурса.

1. Из угла в угол. Есть прямоугольник $m \times n$. Игроки ведут путь из угла в противоположный угол: первый рисует отрезок в соседний узел по диагонали, второй из полученной точки — в соседний по стороне и так далее. Нельзя пересекать свой путь ни в одной точке. Кто первым придёт в противоположный угол, тот победил. Кто победит при правильной игре?

2. Скамейка. Известно, что незнакомые люди избегают садиться рядом друг с другом на скамейке, если можно этого не делать. Имеется скамейка на которой помещается N человек и много не знакомых между собой людей. Два игрока по очереди сажают на скамейку по одному человеку, причём сажать людей рядом нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

а) Какое минимальное и какое максимальное число человек можно посадить при данной длине N скамейки?

Кто выигрывает при:

б) $N = 6$; в) $N = 7$; г) $N = 8$; д) произвольном нечётном N ?

е) Кто выигрывает при $N = 12$?

ж) Рассмотрим ту же задачу на кольцевой скамейке. Докажите, что вопрос о выигрыше сводится к задаче об обычной скамейке.

з) Рассмотрим ещё одну похожую задачу. На скамейку, вмещающую N человек, игроки по очереди рассаживают по два человека, которые согласны сидеть рядом с другими парами, но непременно хотят сидеть друг с другом рядом. Покажите, что и в этой задаче вопрос о выигрыше сводится к задаче об обычной скамейке.

3. Паутина. Игроки по очереди проводят прямые на плоскости. Эти прямые разбивают плоскость на части. Тот, после чьего хода на поле образуется часть в форме пятиугольника, победитель.

а) Кто выигрывает, если нельзя проводить прямую, параллельную к уже имеющейся и нельзя проводить прямую через точку пересечения уже начерченных?

б) Кто выигрывает, если нельзя проводить более трёх попарно параллельных прямых и более трёх прямых, проходящих через одну точку.

в) Кто выигрывает, если нельзя проводить прямую, параллельную к уже имеющейся.

г) Докажите, что если в игре без ограничений второй игрок вторым ходом провёл прямую, параллельную первой, то у первого игрока есть ничейная стратегия.

д) Кто выигрывает в игре без ограничений?

Задания для устного конкурса.

Наряду с письменным конкурсом по математическим играм может проводиться и устный (возможно, не во всех местах проведения турнира и не для всех классов). Устный конкурс может проходить как по всем трём задачам, так и сеансами — по одной задаче на сеанс. В этом случае задание удобно разрезать на отдельные задачи.

Участникам устного конкурса рассказывается, что такое математическая игра и что называется её математическим решением. Если вы решили одну из объявленных игр — поднимите руку и расскажите решение (или действуйте по правилам, которые объявил ведущий конкурса).

Скамейка

Известно, что незнакомые люди избегают садиться рядом друг с другом на скамейке, если есть возможность сесть не рядом. Имеется скамейка на которой помещается N человек и много не знакомых между собой людей. Два игрока по очереди сажают на скамейку по одному человеку, причём сажать людей рядом нельзя. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.

1. Рассмотрите сначала маленькие значения N (N объявляет ведущий).

2. Игра та же, но скамейка кольцевая.

3. На скамейку рассаживаем влюблённые парочки, которым лишь бы сидеть рядом, а остальное им не важно.

Паутина

Игроки по очереди проводят прямые на плоскости. Эти прямые разбивают плоскость на части. Тот, после чьего хода на поле образуется часть в форме пятиугольника, победитель.

1. Запрещено проводить параллельные прямые и более двух прямых через одну точку.

2. Запрещены только параллельные прямые.

3. Разрешается проводить не более трёх параллельных прямых в одном направлении и не более трёх прямых через одну точку.

Из угла в угол

Есть прямоугольник $m \times n$. Игроки ведут путь из угла в противоположный угол: первый рисует отрезок в соседний узел по диагонали, второй из полученной точки — в соседний по стороне и так далее. Нельзя пересекать свой путь ни в одной точке. Кто первым придёт в противоположный угол, тот победил.

Значения m и n объявляет ведущий. В этой игре возможны ситуации, когда игроку некуда ходить, — эти положения считаются ничейными.

Рекомендации для организаторов конкурса по математическим играм

Этот текст не секретный, но однако его *размножать для раздачи школьникам не следует.*

Конкурс по математическим играм на Турнире Ломоносова–2006 по замыслу составителей проходит как в устной, так и в письменной форме. Мы рекомендуем с учениками 5–8 классов проводить конкурс устно, старшеклассникам же выдать письменные задания. Представляется допустимым давать письменные задания 7–8-классникам, но более младшим детям их точно давать не стоит. Хотя бы для самых маленьких участников турнира лучше постараться провести устный конкурс (можно просто поговорить с такими школьниками и отметить их успехи).

Вашему вниманию предлагаются три игры. Последняя не очень сложна, две первые в общем виде трудноваты. Конкурс принято проводить в виде нескольких сеансов. Лучше, если его будут проводить несколько человек.

В аудиторию, где проводятся игры, приглашаются участники, рассаживаются желательнее по двое за парту. После этого двери затворяются и вывешивается время начала следующего сеанса (обычно через час).

Один из ведущих объясняет ребятам, что такое математическая игра, что такое стратегия, используя для этого хорошо известные игры — «крестики–нолики», игру Баше и пр. После этого участникам объясняются правила одной из предлагаемых игр и рекомендуется поиграть самим с собой, друг с другом или с ведущим (ведущими), чтобы, играя, нащупать стратегию.

Ведущий игры расспрашивает участников, могут ли они изложить ему принцип игры в общем случае или в каких-то частных, фиксирует сделанные продвижения. Участник, отчасти продвинувшийся в понимании игры, может быть сочтён «успешно выступившим», а сделавший более значительное продвижение — «победителем». Можно провести турнир по игре и счесть «успешно выступившими» и «победителями» тех, кто занял в турнире высокие места.

Главное, чтобы маленьким участникам турнира было интересно и весело!

Предупреждение организаторам. Во всяких математических играх бывает много тонкостей, которые непросто сообразить «на лету». Поэтому, прежде чем играть со школьниками, проводящим конкурс рекомендуется накануне потратить час-другой и во всём разобраться. После этого проводить конкурс вам будет намного легче и интереснее.