

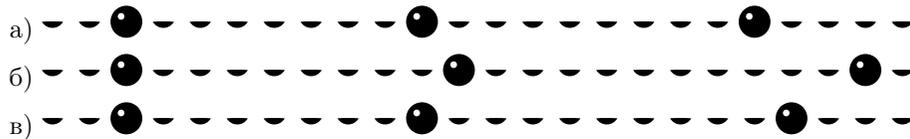
### Конкурс по математическим играм

Выберите игру, которая Вас больше заинтересовала, и попробуйте придумать для одного из игроков (первого или второго) стратегию, гарантирующую ему победу независимо от ходов соперника. Постарайтесь не только указать, как следует ходить, но и объяснить, почему при этом неизбежен выигрыш. Ответ без пояснений не учитывается.

Не пытайтесь решить все задания, сохраните время и силы для других конкурсов. Хороший анализ даже только одной игры позволит считать Ваше участие в конкурсе успешным.

**1. «Шарики».** Есть длинный ряд луночек. В трёх из них лежит по шару. Игроки по очереди делают ход: берут один из крайних шариков и перекладывают в свободную луночку между двумя другими. Тот, кто не может сделать ход, считается проигравшим.

Кто — начинающий игру или ходящий вторым — победит при правильной игре при показанных на рисунках первоначальных расположениях шариков?



г) Разберите общий случай. Пусть между крайними шариками и средним имеется  $N$  и  $K$  пустых луночек. Кто победит (в зависимости от  $N$  и  $K$ )?

**2. «Взаимно простые числа».** На листке бумаги написаны натуральные числа от 1 до  $N$ . Игроки по очереди обводят в кружок одно число, соблюдая условие: любые два уже обведённых числа должны быть взаимно простыми, то есть не иметь общих натуральных делителей, кроме единицы. Два раза число обводить нельзя. Проигрывает тот, у кого нет хода.

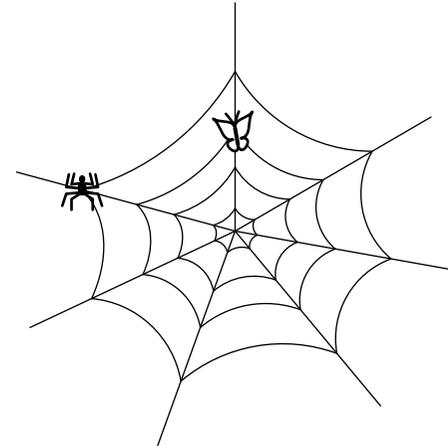
- а) Кто — начинающий игру или ходящий вторым — победит при  $N = 10$ ?
- б) А при  $N = 12$ ?
- в) А при  $N = 15$ ?
- г) А при  $N = 30$ ?

д) Случай произвольного  $N$  составителям задания кажется сложным, однако будет интересно, если вы укажете какие-либо общие принципы для этой игры.

**3. «Паук и бабочка».** Паук в лесу сплёл паутину. Длинные нити привязал к веткам. И в эту паутину залетела бабочка. За один ход бабочка или паук могут передвинуться по отрезку нити в соседнюю точку пересечения нитей; бабочка также может выбраться на конец нити («ветку»), если перед этим находилась в соседней точке пересечения.

Они ходят по очереди, начинает бабочка. Если бабочка смогла добраться до веток, она спаслась (это её победа). Если паук добрался до бабочки, он её съедает (и это его победа).

Возможен и такой исход, когда никто не побеждает, а игра длится бесконечно.



а) Чем закончится игра в ситуации, изображённой на рисунке?

На рисунке у паутины 4 кольца и 7 радиусов. Будем теперь менять эти числа, при этом паук и бабочка изначально будут располагаться так же как на рисунке: паук на внешнем кольце, бабочка на следующем и при этом на соседнем радиусе.

- б) Чем закончится игра, если колец 3, а радиусов 7?
- в) Чем закончится игра, если колец 4, а радиусов 10?
- г) Разберите общий случай  $K \geq 2$  колец и  $R \geq 3$  радиусов.

Не забудьте **подписать** свою работу (указать номер регистрационной карточки, фамилию, имя, школу, класс) и **сдать** её. Сдавать листок с условиями не нужно. Закрытие Турнира, вручение грамот и призов состоится в воскресенье 23 декабря 2007 г. в Первом гуманитарном корпусе МГУ на Воробьёвых горах. Условия задач, результаты участников (после 20 ноября) и решения будут опубликованы в Internet по адресу <http://www.mccme.ru/olympiads/turlom/2007/> Телефон для справок (495)241-12-37.

**Конкурс по математическим играм. Инструкция проводящим устный конкурс.**

Уважаемые коллеги! Перед Вами задания конкурса «Математические игры» Турнира Ломоносова 2007 года. Мы рекомендуем вам по возможности провести этот конкурс в устной форме для учеников не старше восьмого класса. Ученикам 9–11 классов дайте задания для письменной работы (прилагаются отдельно) и посадите их в специальную аудиторию. Если нет возможности провести конкурс устно, дайте письменные задания и младшим ребятам, но всё же, пожалуйста, постарайтесь организовать для них устный конкурс — младшеклассники, как показывает печальный опыт прошлых лет, очень плохо записывают решения заданий по играм.

Мы советуем проводить устный конкурс приблизительно так. В выделенной аудитории назначаются «сеансы игр» — например, каждый час или, если аудитория невелика, каждые 45 минут. Расписание «сеансов» вывешивается на дверях. Перед началом сеанса в аудиторию запускаются участники и рассаживаются за парты, лучше по двое. Не допускайте перенаселения, посоветуйте тем, кто не помещается, посетить иные конкурсы, а на этот прийти к другому сеансу.

На каждом сеансе ведущие (их нужно примерно по одному на 10 – 15 школьников) могут выбрать одну игру из предложенных ниже. Перед тем, как рассказать правила, можно кратко объяснить, что такое математическая игра, что такое стратегия, привести пример на самых известных играх, например «крестики-нолики  $3 \times 3$ » или «двое берут из кучи по 1 или 2 камня». Рассказав правила, можно выдать ребятам задания (для этого их надо предварительно разрезать, чтобы можно было выдать задания и правила только одной игры), реквизит (об этом подробнее написано ниже) и попросить их сыграть друг с другом или с вами несколько партий, чтобы понять принципы игры. С желающим объяснить решение какого-либо пункта задания, негромко побеседуйте. Потребуйте, чтобы он не просто «обыграл» вас, а внятно объяснил стратегию. **Сданную задачу отметьте в протоколе (бланк прилагается).**

Участнику можно предложить перейти в аудиторию, где проходит письменный конкурс

- если он затрудняется изложить устно решение, особенно пунктов г) первой и третьей игр,
- если он хочет изложить что-то по пункту 2д),
- если он уже решил предложенную игру и хочет решать другие,
- если по каким-то причинам Вы бы хотели, чтобы его решение подверглось внешней проверке,
- если, наконец, он бузит и мешает Вам работать.

Многие дети, кстати, не настолько жаждут решить и сдать задачу, они приходят просто поиграть. Дайте им эту возможность, поиграйте с ними, устройте турнир по какой-то игре (например, в игре 2 достаточно большое число  $N$  даёт довольно непредсказуемый результат, играть будет

интересно). Шутите, улыбайтесь, создайте праздничную атмосферу. Самых заядлых игроков можно оставить на повторный сеанс, но сначала напомните о других конкурсах.

О подготовке и реквизите. Чтобы конкурс прошёл хорошо, к нему надо подготовиться.

Во-первых, **прорешайте заранее задания**, чтобы уверенно играть с детьми, когда надо поддаваясь, когда надо побеждая.

Во-вторых, распечатайте бланк протокола, распечатайте, размножьте и разрежьте на три части задания игр.

В-третьих, заранее подготовьте реквизит. **Для игры №1** распечатайте и размножьте листы с «лунками», разрежьте их по линиям, ленты склейте скотчем. У Вас получатся достаточно длинные полоски «лунок», а в качестве шариков можно использовать любые подручные мелкие предметы: скрепки, кнопки, ластик и пр. или же заготовить заранее какие-то специальные фишки. **Для игры №2** распечатайте и размножьте листы с числами, разрежьте их на отдельные карточки. Поля на 50 и 70 чисел можно использовать для достаточно длинных партий, если будут желающие их сыграть. **Для игры №3** распечатайте в нужном количестве листы с пауками и бабочками, наклейте на картон и разрежьте по линиям. У Вас получатся фишки (их можно даже заламинировать скотчем). Распечатайте и размножьте игровые поля-паутины. В ходе игры самые разные паутины можно, конечно, и просто нарисовать на бумаге. Можете нарисовать паутины другой формы, например, не с круговыми, а со спиральными нитями.

Не пожалейте времени на изготовление реквизита — оно окупится радостью маленьких участников Турнира.

О записи результатов. **В протоколе отражайте сданные школьниками задания.** Принимайте задачи строго, требуйте объяснения правильности стратегии. Не подсказывайте явно, но незаметно слегка помогите участнику, если видите, что он понимает суть решения, но не может точно её выразить. Пункты 1г) и 3г) принимайте особенно внимательно. Бывает так, что маленький участник очень ловко играет в игру, в разные её варианты, но объяснить ничего толком не может. Отметьте это словами в протоколе, такого малыша тоже можно будет поощрить. Протокол(ы) сдайте старшему по точке проведения Турнира.

Спасибо Вам!