

Конкурс по математическим играм

Выберите игру, которая Вас больше заинтересовала, и попробуйте придумать для одного из игроков (первого или второго) стратегию, гарантирующую ему победу независимо от ходов соперника. Постарайтесь не только указать, как следует ходить, но и объяснить, почему при этом неизбежен выигрыш. Ответ без пояснений не учитывается.

Не пытайтесь решить все задания, сохраните время и силы для других конкурсов. Хороший анализ даже только одной игры позволит считать Ваше участие в конкурсе успешным.

1. «Горошины». Два игрока ходят по очереди. Перед началом игры у них есть поровну горошин. Ход состоит в передаче сопернику любого числа горошин. Не разрешается передавать такое количество горошин, которое до этого уже кто-то в этой партии передавал. Ноль горошин тоже передавать нельзя. Тот, кто не может сделать очередной ход по правилам, — считается проигравшим.

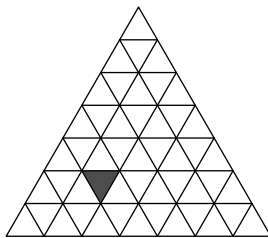
Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр?

Рассмотрите случаи:

- У каждого по две горошины;
- У каждого по три горошины;
- У каждого по десять горошин;
- Общий случай: у каждого по N горошин.

2. «Красим треугольник». Двое играют на треугольной доске (см. рис.), закрашивая по очереди на ней треугольные клеточки. Одна клетка (начальная) уже закрашена перед началом игры.

Первым ходом закрашивается клеточка, граничащая (по стороне) с начальной, а каждым следующим ходом — клетка, граничащая с только что закрашенной. Повторно клетки красить нельзя. Тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр?



Рассмотрите случаи:

- Начальная клетка — угловая, поле любого размера;
- Поле и начальная клетка как на рисунке к этому заданию;
- Общий случай: поле любого размера, и начальная клетка в нём произвольная.
- Дополнительное задание. Можно подумать, что начальная клетка определяет исход партии независимо от действий игроков. Нарисуйте, однако, на каком-нибудь поле примеры таких двух партий с одной и той же начальной клеткой, чтобы в первой побеждал начинающий, а во второй —

его партнёр. Для удобства нумеруйте клетки: начальная — 0, первым ходом красится клетка 1, вторым — 2 и т. д.

(Специально для удобства решающих это задание на обороте условия напечатана треугольная сеточка, на которой можно рисовать и раскрашивать треугольники).

3. «Линейные шашки». Игровое поле представляет собой полоску $1 \times N$. В начале игры на нескольких крайних левых полях стоит по одной белой шашке, на стольких же крайних правых полях — по одной чёрной шашке. Белые и Чёрные ходят по очереди, начинают Белые. Ход заключается в передвижении одной из своих шашек в направлении противника (Белые ходят направо, Чёрные — налево). Можно делать простой ход или бить шашки соперника. При простом ходе разрешается перемещать шашку на любое число клеток, но нельзя перепрыгивать ни через свои шашки, ни через чужие. Бьют шашки соперника по тем же правилам, что и в обычных шашках:

- Шашка бьёт шашку соперника, стоящую на соседнем поле, если следующее за ним поле свободно. При этом своя шашка перемещается на это свободное поле, а побитая шашка соперника снимается с доски.
- Бить обязательно: если есть возможность бить, делать вместо этого простой ход какой-либо шашкой нельзя.
- Если шашка, побившая шашку соперника, может сразу побить следующую его шашку, она должна продолжать бить тем же ходом.

Кто — Белые или Чёрные — победят в этой игре вне зависимости от игры партнёра? Рассмотрите случаи:

- У игроков по одной шашке, поле длиной $N > 2$ клеток;
- У игроков по две шашки, поле длиной $N > 4$ клеток;
- У игроков по три шашки, поле длиной $N > 6$ клеток;
- Дополнительное задание. Можно подумать, что численное преимущество решает исход игры. Придумайте и нарисуйте, однако, позицию, где у Белых меньше шашек, чем у Чёрных, и тем не менее, Белые начинают (с простого хода) и выигрывают.

Не забудьте **подписать** свою работу (указать номер регистрационной карточки, фамилию, имя, школу, класс) и **сдать** её. Сдавать листок с условиями не нужно. Закрытие Турнира в Москве и Московском регионе, вручение грамот и призов состоится в воскресенье 27 декабря 2009 года во Втором гуманитарном корпусе МГУ на Воробьёвых горах. Условия задач, результаты участников (после 20 ноября) и решения будут опубликованы в Internet по адресу <http://www.mscme.ru/olympiads/turlom/2009/> Телефон для справок (499)241-12-37.

