Конкурс по физике. Решения.

В скобках после номера задачи указаны классы, которым эта задача рекомендуется. Ученикам *7 класса и младше* достаточно решить **одну** «свою» задачу, ученикам *8–10 классов* — **две** «своих» задачи, ученикам *11 класса* — **три** «своих» задачи. Можно решать и задачи старших классов.

---

1. (6–9) Турист случайно попал в горную речку и намочил свою одежду. После «отжимания» одежда всё равно осталась мокрой. Дело происходит солнечным летним днём. Вокруг — огромные камни, скалы и больше ничего нет. Что может сделать турист, чтобы его одежда высохла побыстрее? (По сравнению с тем, как если бы её просто положили сушиться.)

Решение. Одеждой нужно «хлестать» и «шлёпать» по камням. На камнях остаются мокрые пятна, на которые расходуется вода из одежды. При этом часть воды непосредственно «вышибается» из одежды (силы инерции больше сил поверхностного натяжения, удерживающих воду в волокнах одежды).

Также от удара часть воды перераспределяется по волокнам одежды. Вода, «натянутая» плёнкой на волокна ткани и ограниченная сильно вогнутой поверхностью раздела с воздухом, испаряется плохо. В момент удара расположение волокон и поверхностей воды (в частности, кривизна поверхности) меняется, в результате для части воды улучшаются условия испарения. (Для другой части воды условия испарения ухудшатся. Но это и неважно — ранее уже всё равно установилось равновесие и эта вода всё равно бы быстро не испарилась.)

Если разная одежда сохнет с разной скоростью, можно сначала высушить быстросохнущую. Затем сложить вместе высушенную и мокрую и «пошлёпать» по камням. Или просто скрутить и «отжать» сухую и мокрую одежду вместе. В результате часть воды перераспределится с мокрой одежды на быстросохнущую сухую. Затем быстросохнущую одежду повторно высушить и повторить то же самое ещё несколько раз.

Все школьники, конечно же, знают, что такое школьная доска и тряпка. За тряпкой, которой стирают с доски, остаётся мокрый след. Тем самым количество воды в самой тряпке уменьшается. Это и есть подсказка, помогающая придумать решение задачи: часть впитавшейся в одежду влаги нужно оставить на какой-нибудь поверхности. («Хлестать» по камням в данном случае несколько более практично, чем «вытирать» камни одеждой как доску тряпкой.)

---

2. (6–9) На дороге, проходящей через посёлок, увеличили разрешённую скорость с 60 км/ч до 80 км/ч. На сколько процентов уменьшится количество вредных выхлопов, выбрасываемых автомобилями на территории посёлка, если предположить, что всего проезжающих автомобилей останется столько же, а интенсивность выхлопов на скоростях 60 км/ч и 80 км/ч одинакова?

Решение. Пусть длина участка дороги, проходящего через посёлок, равна x.

Двигаясь по этому участку дороги со скоростью 60 км/ч, машины проводят на этом участке время $t_0 = x/(60\text{ км/ч})$.

Двигаясь со скоростью 80 км/ч, автомобиль проедет это же участок за время $t_1 = x/(80\text{ км/ч})$.

По условию интенсивность вредных выбросов не зависит от скорости, то есть количество вредных выбросов каждой машины пропорционально времени, которая эта машина провела на территории посёлка.

Таким образом, для ответа на вопрос задачи (на сколько процентов уменьшится количество вредных выхлопов) нам нужно выяснить, сколько процентов составляет разница $t_0 - t_1$ от величины t_0.

$$\frac{t_0 - t_1}{t_0} \cdot 100\% = \frac{\dfrac{x}{60\text{ км/ч}} - \dfrac{x}{80\text{ км/ч}}}{\dfrac{x}{60\text{ км/ч}}} \cdot 100\% = \frac{\dfrac{1}{60} - \dfrac{1}{80}}{\dfrac{1}{60}} \cdot 100\% =$$

$$= \left(1 - \frac{60}{80}\right) \cdot 100\% = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$$

Комментарий. В задаче представлена вполне реальная ситуация. Интенсивность выхлопа современных автомобилей на скоростях 60 км/ч и 80 км/ч в случае езды по одному и тому же участку дороги в одинаковых условиях действительно примерно одинакова (незначительные различия могут быть как в пользу более низкой, так и более высокой скорости).

В задаче не учтено другое существенное обстоятельство. Если в посёлке разрешённая скорость меньше, чем на прилегающей дороге, то при въезде в посёлок машины снижают скорость, а на выезде — разгоняются до прежней скорости. А во время разгона интенсивность выхлопов существенно выше, чем при езде с постоянной скоростью. И вот от этих выхлопов жители посёлка в основном и будут страдать.

---

3. (7–10) Летом 2010 года во многих регионах России была очень сильная жара. Как нужно измерять температуру человека обычным ртутным медицинским термометром, если температура окружающего воздуха на несколько градусов выше предполагаемой температуры человека?

Решение. Градусник, имеющий температуру окружающего воздуха, поставить больному. Градусник при этом охладится и примет температуру тела больного. Затем градусник нужно у больного забрать и быстро «стряхнуть», пока температура градусника не изменилась. Стряхнётся он только до своей температуры. Если стряхнуть дальше — столбик ртути быстро «приползёт» обратно. Прочитать показания, ниже которых градусник «не стряхивается». Это и есть температура больного.

---

4. (8–10) В тихую безветренную погоду вдоль берега озера проплыл большой корабль. После этого у берега начали плескаться волны. Известно, что корабль плывёт прямолинейно с постоянной скоростью и не совершает никаких колебательных движений, которые могли бы быть источником волн. Как же эти волны образуются?

Решение. Источником колебаний является масса воды, расположенная на том месте, где раньше находился корабль. Эта вода «расступилась» перед кораблём, а затем вернулась на своё место, которое корабль освободил, проплыв дальше. Если горизонтальные перемещения воды в основном взаимно гасятся (картина перемещений является симметричной, что обусловлено наличием плоскости симметрии у корпуса корабля), то вертикальные — остаются. Дальнейшие колебания воды вверх–вниз на месте, где проплыл корабль, и будут являться источником расходящихся волн.

Возможны и другие эквивалентные описания. Например, возникновение расходящегося от носа корабля «гребня» вытесняемой воды, который затем распадается на обгоняющие его волны (фазовая скорость волн на воде больше групповой).

В качестве верного решения годится любое разумное описание и объяснение.

Комментарий. Аналогичную картину расходящихся волн создаёт водоплавающая птица (например, утка) на гладкой поверхности воды. Наблюдать за маленькой птицей (и структурой расходящихся от неё волн) может оказаться проще, чем за большим кораблём.

---

5. (8–11) Между контактами «1» и «2», к которым подключён источник постоянного напряжения, собрана электрическая схема, состоящая только из резисторов. Напряжение на одном из резисторов U_0. Сопротивление этого резистора изменили, в результате напряжение на этом резисторе стало U_1, напряжения на других резисторах схемы также изменились. Может ли в этой схеме оказаться резистор, на котором изменение напряжения окажется больше, чем $|U_1 - U_0|$?

Комментарий. Вместо изменения величины резистора можно менять напряжение на нём с помощью внешнего источника напряжения. Для остальной схемы «подмена» будет незаметна.

Если бы в результате этого в каком-то другом месте схемы напряжение менялось бы с большей амплитудой, чем мы меняем на своём резисторе, получился бы усилитель, собранный целиком на линейных элементах — резисторах, чего не бывает и быть не может.

Решение. Если заменить источник питания (источник с постоянным напряжением) $\mathscr{E}$ и всю остальную часть схемы (в которую не включается изменяемое сопротивление r) «эквивалентным» сопротивлением R, то изменённая схема — это последовательно включенные идеальный источник напряжения, его внутреннее сопротивление R и то самое сопротивление r, величину которого изменяют. При этом сумма напряжений на R и r равна $\mathscr{E}$. Значит изменение напряжения на R равно по величине и противоположно по знаку изменению напряжения на r. Все остальные резисторы, для которых произведена эквивалентная замена, входят в состав R, поэтому на любом из них изменение напряжения не может превосходить величины изменения напряжения на R.

---

6. (9–11) Шарик прыгает по наклонной плоскости, ударясь об неё абсолютно упруго. Угол наклона плоскости, величина и направление скорости шарика в момент первого удара о плоскость — произвольные. Докажите, что удары шарика о плоскость происходят через равные промежутки времени. Ускорение свободного падения g.

Решение. Проекция ускорения шарика на направление, перпендикулярное наклонной плоскости, постоянна и равна проекции $\vec{g}$ на это направление. Равноускоренное движение (речь идёт о перпендикулярной к плоскости составляющей скорости) с переменой знака скорости в фиксированном месте (удар о плоскость) будет периодическим.

Ну а какие проекции скорости шарика вдоль плоскости — не важно, они влияют только на перемещения вдоль плоскости и не влияют на периодичность ударов о плоскость.

---

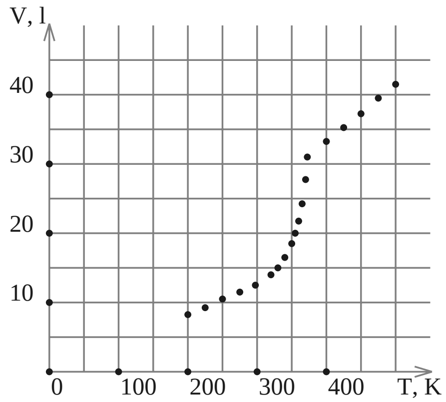
7. (9–11) Расположите в пространстве несколько точечных электрических зарядов так, чтобы в состоянии покоя система этих зарядов находилась в равновесии. Количество, величины и координаты зарядов вы можете выбрать сами. Необходимо проверить равенство нулю суммы электростатических сил, действующих на каждый из зарядов предложенной вами системы. Ненулевых зарядов в системе должно быть больше одного.

Решение. Приведём наиболее простое решения. Естественно, годятся и любые другие, удовлетворяющие условию задачи.

Возьмём два одинаковых заряда — они будут отталкиваться. Разместим ровно посередине между ними маленький заряд противоположного знака. Сила, действующая на этот заряд, равна 0 из-за симметрии конфигурации. Пока заряд маленький, он не оказывает существенного влияния на отталкивание крайних зарядов. Если же центральный заряд сделать, наоборот, очень большим, крайние заряды к нему будут притягиваться сильнее, чем отталкиваться друг от друга. Значит, существует и промежуточное значение центрального заряда, когда сила притяжения крайних зарядов к нему в точности компенсирует силу отталкивания крайних зарядов друг от друга.

---

8. (10–11) В опыте исследовалось тепловое расширение смеси двух веществ под давлением $p = 2$ атм. Полученная в результате эксперимента зависимость объёма смеси (в литрах) от температуры (в градусах Кельвина) изображена на графике. Известно, что никаких химических реакций в данном эксперименте не происходило. Укажите, какие вещества и в каких количествах могли входить в смесь. Объясните вид графика.



Решение. График такого вида может получиться, если одно из веществ смеси (в количестве ν_1) все время находилось в газообразном состоянии, а другое (в количестве ν_2) — было как в жидком, так и в газообразном состоянии. Момент полного испарения второго вещества соответствует излому на графике.

Обозначая через $p_н(T)$ зависимость давления насыщенного пара второго вещества от температуры, найдём теоретическую зависимость объёма смеси от температуры.

Если второе вещество ещё не всё испарилось, его пар, являясь насыщенным, создаёт давление $p_н(T)$ — давление первого вещества равно $p - p_н(T)$. Согласно уравнению идеального газа для первого вещества, его объём равен

$$V = \frac{\nu_1 RT}{p - p_н(T)}. \tag{1}$$

Объёмом второго вещества в жидком состоянии можно пренебречь. Данный случай возможен, если $p_н(T)V < \nu_2 RT$, или при $p_н(T) < \dfrac{\nu_2}{\nu_1 + \nu_2}p$.

Если же второе вещество испарилось полностью, объём смеси согласно уравнению идеального газа равен

$$V = \frac{(\nu_1 + \nu_2)RT}{p}. \tag{2}$$

Этот случай реализуется при $p_н(T)V > \nu_2 RT$, или $p_н(T) > \dfrac{\nu_2}{\nu_1 + \nu_2}p$.

Из графика видно, что при высоких температурах объём линейно зависит от температуры. Подставляя найденные из графика значения в (2), найдём $\nu_1 + \nu_2 = 2$ моль. При низких температурах, когда давлением насыщенного пара можно пренебречь, выражение (1) переходит в $V \simeq \dfrac{\nu_1 RT}{p}$. Из графика находим $\nu_1 = 1$ моль. Точка излома на графике соответствует случаю $p_н(T) = \dfrac{\nu_2}{\nu_1 + \nu_2}p = 1$ атм и температуре $T \simeq 373$ K. Веществом с таким свойством является вода.

Ответ. Смесь может состоять из газообразного в заданном интервале температур вещества в количестве 1 моль и воды в количестве 1 моль.

---

9. (10–11) Докажите, что два точечных объекта никогда не столкнутся, если один из них летит по прямой с постоянной скоростью, а другой не находится на этой прямой и всё время летит с такой же по величине скоростью по направлению на первый объект. (Направление скорости второго объекта всё время меняется по мере изменения положения первого объекта.)

Комментарий. Это классическая задача, но малоизвестная современным школьникам. Подробный разбор этого сюжета можно прочитать в журнале «Квант» № 2 за 1973 год в статье «Про лису и собаку» (стр. 39–43). С этой статьёй можно ознакомиться в электронном виде по адресу http://kvant.mccme.ru/1973/02/pro_lisu_i_sobaku.htm

В этой статье, в частности, показано, что траектория «догоняющего» объекта (названного в статье Собакой) в системе отсчёта, связанной с «убегающим» объектом (в терминологии статьи это Лиса, то есть Собака ловит Лису), является параболой (точнее, половинкой параболы), которая не проходит через «Лису». Ну а раз объекты не встречаются в какой-то конкретной системе отсчёта, они не встретятся и в любой другой системе отсчёта.

Явное определение траектории движения, безусловно, является требуемым доказательством, то есть решением нашей задачи. Однако в условии от нас требуется просто доказательство отсутствия встречи. Поэтому мы можем обойтись и без определения траектории.

Решение. Примем, как в вышеупомянутой статье, условные обозначения: Лиса бежит по прямой с постоянной скоростью, а Собака — всё время по направлению на Лису с такой же по величине скоростью, всё время меняя направление движения так, чтобы Лису всегда видеть перед собой. С первого взгляда кажется, что действия собаки оптимальны (если хочешь кого-то поймать, так и беги прямо на него!).

Но такая стратегия годится далеко не всегда. В самом деле, мы рассматриваем ситуацию в какой-то системе отсчёта, выбранной по сути дела случайно (и просто выделяющейся фактом равенства величин скоростей Лисы и Собаки). Утверждение «бежать прямо на» зависит от системы отсчёта, и в других системах отсчёта уже будет неверным.

Перейдём в (инерциальную) систему отсчёта, в которой Лиса покоится. К скорости Собаки при этом добавится (в смысле сложения векторов) константа — бывшая скорость Лисы, взятая с противоположным знаком. Если в старой системе отсчёта направление скорости было «всегда на Лису», то в новой оно будет (учитывая постоянную добавку, изменяющую направление суммарного вектора по сравнению с исходным) «всегда **мимо** Лисы». Поскольку лиса неподвижна и не сможет «подвинуться» в нужном направлении, то может показаться, что задача решена: имея направление скорости **всегда мимо** заданной точки, мы в эту точку никогда не попадём.

На самом деле это решение нуждается в дополнительной доработке. Например, рассмотрим движение по окружности и какую-нибудь точку на этой окружности. До момента попадания в эту точку направление скорости движения вдоль окружности также будет **всегда мимо** этой точки, однако в заданную точку мы всё же попадём. Также к точке можно приближаться по «бесконечно накручивающейся» спирали и т. п.

Но в нашей задаче совсем нетрудно построить более аккуратное рассуждение. Например, легко сообразить, что в новой системе отсчёта Собака неизбежно окажется «сзади» Лисы. После этого вернёмся в старую систему отсчёта, где сразу станет очевидным, что Лису уже не догнать — для этого Собаке потребуется пробежать больший путь, чем пробежит Лиса за то же время, а величины их скоростей равны.

---

10. (10–11) Скорость изменения расстояния между звёздами и наблюдателем, находящимся на Земле, можно определить по смещению известных спектральных линий в наблюдаемом оптическом излучении от этих звёзд, обусловленному эффектом Доплера.

Количественно эффект Доплера определяется скоростью наблюдаемого изображения светящегося объекта относительно наблюдателя. Независимо от того, чем обусловлена эта скорость — движением в пространстве самого наблюдаемого объекта или оптической системой, используемой наблюдателем для построения изображения.

Придумайте и кратко опишите лабораторную установку, позволяющую наблюдать оптический эффект Доплера от источника света, расположенного в лаборатории. Используйте в своей конструкции только такие технические решения, которые были или могли быть доступны физикам-экспериментаторам в конце 19 – начале 20 века (когда и была осуществлена лабораторная проверка метода определения скоростей звёзд, основанного на эффекте Доплера).

Комментарий. Речь идёт об экспериментах Аристарха Аполлоновича Белопольского (1854–1934). Подробные описания можно найти в интернете.

К концу 19 века свойства света, доступные непосредственному наблюдению, были достаточно хорошо известны. В частности, были очень подробно изучены спектральные линии, возникающие в разных условиях, определено их соответствие тем или иным веществам. Были составлены подробные таблицы спектральных линий, выведены математические закономерности их расположения в спектре.

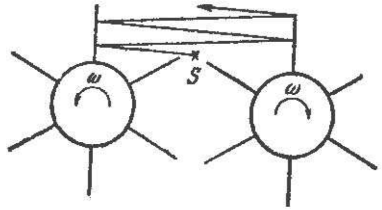
Наблюдатели не обошли своим вниманием также Солнце, звёзды и прочие светящиеся космические объекты. При этом были обнаружены те же самые спектральные линии, что и у земных источников света. Однако у многих космических объектов картинка спектральных линий оказывалась смещённой по шкале спектра относительно того, что наблюдается от земных источников (а также у разных космических объектов относительно друг друга).

Волновые свойства света в те времена уже были известны. Поэтому предположение о том, что смещение спектров связано с движением источников света и обусловлено эффектом Доплера, было вполне естественным.

В то же время тогда ещё ничего не было известно о строении атомов, электронных уровнях, механизмах излучения света и т. п. Поэтому и была необходима экспериментальная проверка, смысл которой в наше время мог бы показаться неясным и даже странным.

Решение. Приведём описание эксперимента А. А. Белопольского. Разумеется, приниматься в качестве верных должны и любые другие решения, удовлетворяющие условию задачи.

Два одинаковы расположенных рядом колеса с лопастями из зеркал, быстро вращающихся в противоположные стороны. Между колёсами с небольшим смещением от линии, соединяющей их центры, располагается исследуемый источник света S.



Наблюдается изображение, полученное в результате многократных переотражений исходного источника света от движущихся зеркал. Если участок зеркала, на котором происходит переотражение, в результате вращения колеса, на котором зеркало закреплено, удаляется от источника с линейной скоростью v, а переотражение от зеркал происходит N раз, скорость наблюдаемого изображения будет $2Nv$.

Кроме того, «зайчик» с фиксированным количеством переотражений N всё время будет отбрасываться (прерывисто) в одном и том же направлении (направление и N однозначно связаны друг с другом, на рисунке стрелкой указано направление для $N = 4$). В этом направлении следует расположить спектроскоп, в котором и наблюдать смещение спектра «мигающего» изображения. Или «накопить» его на фотопластинке с большой выдержкой.

В конце 19 века техника была уже достаточно развита. Высокие и стабильные скорости вращения механизмов были вполне достижимы, что давало большую величину v. Также уже умели делать и качественные зеркала, что позволяло добиться больших значений N. В результате экспериментально реализуемое значение произведения $2Nv$ оказывалось вполне достаточным для наблюдения смещения спектральных линий и и сравнения таких наблюдений с астрономическими.