

Конкурс по математическим играм

Выберите игру, которая вас больше заинтересовала, и попробуйте придумать для одного из игроков (первого или второго) стратегию, гарантирующую ему победу независимо от ходов соперника. Постарайтесь не только указать, как следует ходить, но и объяснить, почему при этом неизбежен выигрыш. Ответ без пояснений не учитывается.

Не пытайтесь решить все задания, сохраните время и силы для других конкурсов. Хороший анализ даже только одной игры позволит считать ваше участие в конкурсе успешным.

1. «Только один сосед». На прямоугольной доске $m \times n$ клеточек два игрока по очереди закрашивают по клеточке. Первой можно закрасить любую клетку, а далее каждая следующая закрашиваемая клетка должна иметь ровно одну общую сторону с уже закрашенной клеточкой. Дважды клеточку красить нельзя. Проигрывает тот, у кого нет хода. Кто — начинающий или его соперник — победит в этой игре, как бы ни играл его партнёр?

Рассмотрите случаи:

- а) n и m — нечётные числа;
- б) $n = m$;
- в) $n = 2, m$ — любое.

2. «Колы и двойки». Две учительницы математики по очереди пишут в журнале подряд слева направо оценки — единицы или двойки. Если в какой-то момент несколько написанных в конце цифр составили число, которое делится на N без остатка, учительница, сделавшая такой ход, проигрывает. Кто из учительниц — начинающая или её соперница — победит в этой игре, как бы ни играла партнёрша?

Разберите случаи:

- а) $N = 7$;
- б) $N = 9$;
- в) $N = 11$;
- г) $N = 13$.

Не забудьте **подписать** свою работу (указать номер карточки, фамилию, имя, школу, класс) и **сдать** её. Сдавать листок с условиями не нужно. Закрытие Турнира в Москве и Московском регионе, вручение грамот и призов запланировано на воскресенье 22 декабря 2013 года во втором гуманитарном корпусе МГУ. Условия задач, результаты участников (после 20 ноября) и решения будут опубликованы в Internet по адресу <http://www.mccme.ru/olympiads/turlom/2013/> Тел. 499-241-12-37.

3. «Шашки по кругу». Доска для игры состоит из чётного числа полей, расположенных по кругу. В начале игры на нескольких соседних полях стоят белые шашки, а на противоположных им полях — чёрные. При этом на доске есть и свободные поля.

Игроки по очереди делают ходы шашками своего цвета, начинают белые. За ход можно либо передвинуть шашку на соседнее пустое поле, либо «бить» — перепрыгнуть через шашку соперника на следующее за ней пустое поле (перепрыгивать можно одним ходом последовательно несколько раз). Перепрыгнутые шашки снимаются с доски. Если есть возможность бить, то бить обязательно. (Если данным ходом можно побить (снять) несколько шашек соперника — то обязательно бить все эти шашки.)

Цель игры — снять с доски все шашки соперника.

Если оба соперника сделали большое число ходов (допустим, в тысячу раз превышающее число полей доски), а игра не кончилась, объявляется ничья.

Каков будет результат игры — победа белых, победа чёрных или ничья — при наилучшей игре обоих партнёров?

Рассмотрите случаи:

- а) На доске 8 полей, у игроков по три шашки.
- б) На доске 10 полей, у игроков по две шашки.
- в) На доске $2N$ полей, у игроков по две шашки.
- г) На доске $2N$ полей ($N > 4$), у игроков по три шашки. Докажите, что в этом случае чёрные могут гарантировать себе как минимум ничью.
- д) На доске 12 полей, у игроков по пять шашек. Докажите, что и в этом случае чёрные могут гарантировать себе как минимум ничью.
- е) На доске $4N$ полей ($N > 2$), у игроков по три шашки. Докажите, что в этом случае не только чёрные (см. пункт «г»), но и белые могут гарантировать себе как минимум ничью (то есть, игра при правильной игре обоих закончится вничью).

Иллюстрации к заданиям.

