

Департамент образования г. Москвы
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Механико-математический факультет
Малый мехмат

Московский институт открытого образования
Московский центр непрерывного математического образования
Центр образования №218 г. Москвы
Гимназия №1543 г. Москвы
Гимназия №1514 г. Москвы

ДЛЯ УЧАЩИХСЯ
6-Х И 7-Х КЛАССОВ

ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЯ

Москва
16 марта 2008 года

Результаты Городской устной математической олимпиады будут
размещены в сети Интернет на сайте

<http://www.mccme.ru/ustn/>

Варианты составили:

Е. Чернышева, И. Раскина, А. Блинков, А. Горская

Городская устная математическая олимпиада.
Задачи и решения.

* * *

Рисунки: *А. Горская, Д. Смирнова*

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

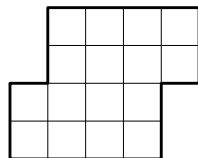
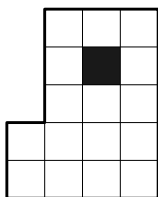
6 класс

Первый тур

(каждая задача оценивается в 5 баллов)

1. ВИННИ-ПУХ И ВСЕ-ВСЕ-ВСЕ Винни-Пух, Пятачок, Кролик и ослик Иа-Иа опустошили бочонок меда. При этом Пятачок съел половину того, что съел Винни-Пух, Кролик — половину того, что не съел Винни-Пух, а ослику Иа-Иа досталась лишь десятая часть бочонка. Какая часть бочонка досталась Кролику?

2. РАЗРЕЗАЛКА Разрежьте фигуру с вырезанным квадратиком на две одинаковые части, из которых можно составить вторую фигуру. Части разрешается и поворачивать, и переворачивать.



3. ХРОНИКИ ТАРНИИ Давным-давно страной Тарнией правил царь Ятианр. Чтобы тарнийцы поменьше рассуждали, он придумал для них простой язык. Его алфавит состоял всего из шести букв: А, И, Н, Р, Т, Я, но порядок их отличался от принятого в русском языке. Словами этого языка были все последовательности, использующие каждую из этих букв по одному разу.

Ятианр издал полный словарь нового языка. В соответствии с алфавитом первым словом словаря оказалось «Тарния». Какое слово следовало в словаре за именем Ятианр?

Второй тур

(каждая задача оценивается в 10 баллов)

4. КОЛДУНЫ В школе колдовства 13 учеников. Перед экзаменом по ясновидению преподаватель посадил их за круглый стол и попросил угадать, кто получит диплом ясновидящего. Про себя и двух своих соседей все скромно умолчали, а про всех остальных написали: «Никто из этих десяти не получит!» Конечно же, все сдавшие экзамен

угадали, а все остальные ученики ошиблись. Сколько колдунов получили диплом?

5. ПАПА КАРЛО У папы Карло есть 130 дощечек. Из 5 дощечек он может сделать игрушечную мельницу, из 7 дощечек — пароход, из 14 дощечек — самолет. Самолет стоит 19 золотых, пароход — 8 золотых, мельница — 6 золотых. Какое наибольшее количество золотых может заработать папа Карло?

6. ЦВЕТНОЙ КУБ Найдите наибольшее число цветов, в которые можно покрасить рёбра куба (каждое ребро одним цветом) так, чтобы для каждой пары цветов нашлись два соседних ребра, покрашенные в эти цвета. *Соседними считаются рёбра, имеющие общую вершину.*

Третий тур

(каждая задача оценивается в 15 баллов)

7. ЮВЕЛИР Ювелир изготовил 6 одинаковых по виду серебряных украшений массой 22 г, 23 г, 24 г, 32 г, 34 г и 36 г, и поручил своему подмастерью выбить на каждом украшении его массу. Может ли ювелир за два взвешивания на чашечных весах без стрелок и гирек определить, не перепутал ли подмастерье украшения?

8. ЭХ, МОРОЗ Каждая буква в словах **ЭХ** и **МОРОЗ** соответствует какой-то цифре, причём одинаковым цифрам соответствуют одинаковые буквы, а разным — разные.

Известно, что $\text{Э} * \text{Х} = \text{М} * \text{О} * \text{Р} * \text{О} * \text{З}$, а $\text{Э} + \text{Х} = \text{М} + \text{О} + \text{Р} + \text{О} + \text{З}$. Чему равно $\text{Э} * \text{Х} + \text{М} * \text{О} * \text{Р} * \text{О} * \text{З}$?

9. КОННАЯ ПРОГУЛКА В левом нижнем углу клетчатой доски $n \times n$ стоит конь. Известно, что наименьшее число ходов, за которое конь может дойти до правого верхнего угла, равно наименьшему числу ходов, за которое он может дойти до правого нижнего угла. Найдите n .

7 класс

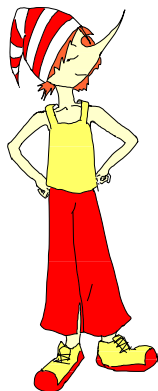
Первый тур

(каждая задача оценивается в 5 баллов)

1. ЛИШНИЙ ВЕС После утренней пробежки Карлсон худеет на килограмм, а к вечеру (после поедания плюшек) его вес увеличивается на треть. К вечеру третьего дня (после того, как он начал бегать) Карлсон обнаружил, что поправился вдвое. Сколько он весил до того, как начал заниматься спортом?

2. КВАДРАТ Квадрат разрезали на двенадцать прямоугольных треугольников. Могут ли десять из них оказаться равными друг другу, а два оставшихся — отличаться и от них, и друг от друга?

3. УРОК АРИФМЕТИКИ Мальвина попросила Буратино выписать все девятизначные числа, составленные из различных цифр. Буратино забыл, как пишется цифра 7, поэтому записал только те девятизначные числа, в которых этой цифры нет. Затем Мальвина предложила ему вычеркнуть из каждого числа по шесть цифр так, чтобы оставшееся трехзначное число было простым. Буратино тут же заявил, что это возможно не для всех записанных чисел. Прав ли он?

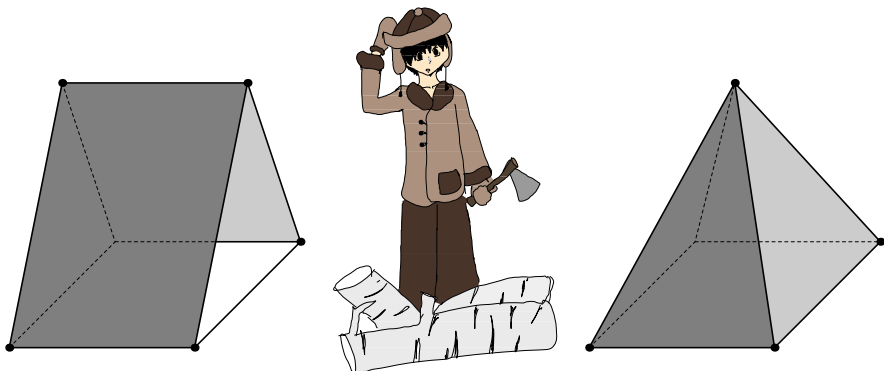


Второй тур

(каждая задача оценивается в 10 баллов)

4. ШЛЯПЫ В клубе встретились двадцать джентльменов. Некоторые из них были в шляпах, а некоторые — без шляп. Время от времени один из джентльменов снимал с себя шляпу и надевал ее на одного из тех, у кого в этот момент шляпы не было. В конце десять джентльменов подсчитали, что каждый из них отдавал шляпу большее количество раз, чем получал. Сколько джентльменов пришли в клуб в шляпах?

5. ЖЕСТЬ Иван Иванович построил сруб, квадратный в основании, и собирается покрывать его крышей. Он выбирает между двумя крышами одинаковой высоты: двускатной и четырехскатной (см. рисунки). На какую из этих крыш понадобится больше жести?



6. СПОРТ-ЭКСПРЕСС Толстый выпуск газеты стоит 30 рублей, а тонкий — дешевле. Для пенсионеров установлена скидка на одно

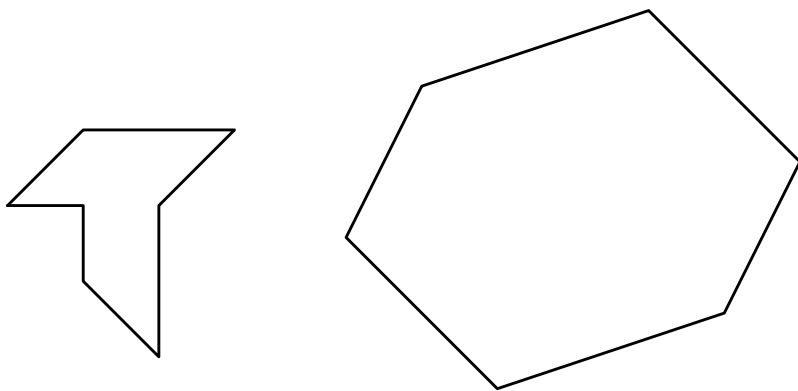
и то же количество процентов на все газеты, поэтому тонкий выпуск той же газеты они покупают за 15 рублей. Известно, что в любом случае газета стоит целое количество рублей. Сколько стоит тонкая газета без скидки и сколько стоит толстая газета для пенсионеров?

Третий тур

(каждая задача оценивается в 15 баллов)

7. КОЛЛЕКЦИЯ Артем коллекционирует монеты. В его коллекции 27 монет, причем все они имеют различный диаметр, различную массу и были выпущены в разные годы. Каждая монета хранится в отдельном спичечном коробке. Может ли Артем сложить из этих коробков параллелепипед $3 \times 3 \times 3$ так, чтобы любая монета была легче монеты, находящейся под ней, меньше монеты справа от нее и древнее той, которая находится перед ней?

8. НЕПОСЛУШНЫЕ КОЛЮЧКИ Предложенные вам четыре одинаковые фигуры (см. рисунок слева) требуется уложить в шестиугольник (см. рисунок справа) так, чтобы они не выступали за его границы и не накладывались друг на друга (даже частично).



9. ТУРНИР В шахматном турнире участвовали гроссмейстеры и мастера. По окончании турнира оказалось, что каждый участник набрал ровно половину своих очков в матчах с мастерами. Докажите, что количество участников турнира является квадратом целого числа.

(Каждый участник сыграл с каждым по одной партии, победа — 1 очко, ничья — $1/2$ очка, поражение — 0 очков).

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

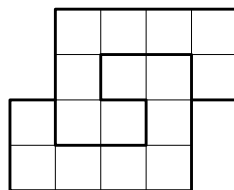
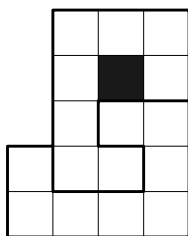
6 класс

1. Ответ: $\frac{3}{10}$ бочонка.

По условию Пятачок съел половину того, что съел Винни-Пух, Кролик — половину того, что не съел Винни-Пух. Это значит, что Пятачок вместе с Кроликом съели половину всего меда. Вторую половину съели Винни-Пух и ослик Иа-Иа. Ослик съел десятую часть, значит, Винни-Пух съел $\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$ бочонка. Тогда он не съел $\frac{3}{5}$ бочонка, а Кролик — половину от этого количества, то есть $\frac{3}{10}$.

И. Раскина

2. Ответ: см. рисунки.



М. Артемьев

3. Ответ: Ятиран.

В первом слове буквы расположены в алфавитном порядке: Т, А, Р, Н, И, Я. Для удобства занумеруем буквы в алфавитном порядке: Т = 1, А = 2, Р = 3, Н = 4, И = 5, Я = 6. Заменяем каждое слово соответствующим шестизначным числом. Если слова расположены по алфавиту, то числа — в порядке возрастания. Слово Ятианр запишется числом 615324. За ним следует 615324, что соответствует слову Ятиран.

по мотивам А. Савина

4. Ответ: 2 колдуна.

Предположим, что никто не получил диплом. Тогда высказывание каждого ученика истинно. В этом случае все должны были получить дипломы — противоречие. Значит, хотя бы один из учеников получил диплом ясновидящего. Он сказал правду, поэтому никто, кроме его соседей, диплома не получил. Если оба соседа также остались без дипломов, то утверждение «Никто из этих десяти не получит!» для каждого

из них истинно, но ведь они должны были ошибиться! Если же оба соседа сдали экзамен, то они оба ошиблись в своих высказываниях. Значит, только один из соседей мог сдать экзамен успешно. Действительно, в этом случае его высказывание истинно, а высказывание второго соседа — ложно.

Фольклор

5. Ответ: 172 золотых.

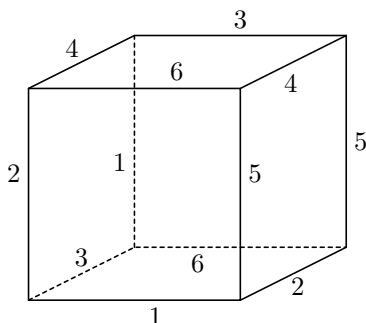
На один самолет идут те же 14 досечек, что и на два парохода, но самолет приносит больший доход. Поэтому не имеет смысла делать более одного парохода. Из 15 досечек можно сделать три мельницы (доход 18 золотых) или самолет (доход 19 золотых, а лишняя досечка не повредит). Поэтому имеет смысл делать не более двух мельниц. Значит, на пароходы и мельницы папе Карло следует потратить не более, чем $7 + 2 \cdot 5 = 17$ досечек, а из оставшихся $130 - 17 = 113$ сделать как можно больше самолетов. $113 : 14 = 8$ (ост. 1), то есть, самолетов надо сделать как минимум 8, что принесет $8 \cdot 19 = 152$ золотых.

Что можно сделать из оставшихся $130 - 112 = 18$ досечек, учитывая, что больше двух мельниц и больше одного парохода делать невыгодно? Либо самолет (19 золотых), либо две мельницы и пароход (20 золотых). В последнем случае Папа Карло заработает в итоге 172 золотых.

И. Богданов

6. Ответ: шесть цветов.

Есть несколько способов раскрасить рёбра куба в шесть цветов так, чтобы соблюдалось условие задачи. Вот один из них:



Покажем, что больше шести цветов быть не может.

Предположим, что мы покрасили рёбра куба в семь или более цветов. Поскольку всего у куба двенадцать рёбер, то должен быть цвет,

например, белый, в который покрашено только одно ребро. Для каждого ребра куба есть ровно четыре ребра, соседних с ним. Значит, с белым цветом в паре может быть не больше четырёх цветов, а значит, всего различных цветов не может быть больше пяти. Противоречие.

Д. Калинин

7. Ответ: может.

Первое взвешивание: на одну чашу весов положим украшения с печатями 22 г, 23 г, 24 г, а на вторую — 34 г и 36 г. Вторая чаша перевесит лишь тогда, когда группы украшений определены верно. При этом оставшаяся гиря имеет массу 32 г.

Второе взвешивание: на первую чашу положим украшения с предполагаемыми массами 24 г и 32 г (которую мы знаем точно), а на вторую — 22 г и 34 г. В этом случае на первой чаше весов получится либо 56 г (если всё правильно), либо меньше (если подмастерье ошибся), а на второй чаше либо 56 г, либо больше. Лишь в случае правильного указания этих четырех масс на весах установится равновесие. В этом случае масса оставшихся гирь — 23 г и 36 г.

Л. Федулкин

8. Ответ: 72.

Заметим, что среди зашифрованных цифр не может быть нуля, иначе одна часть равенства $\mathcal{E} * X = M * O * P * O * \mathcal{Z}$ равна нулю, а другая нет. Цифры 5 и 7 также не могут участвовать в ребусе. В противном случае одна часть рассматриваемого равенства будет делиться на 5 (или на 7), а другая — нет. Таким образом, остаются цифры 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9. В ребусе должны участвовать шесть из них, поэтому в нем обязательно присутствуют цифры, делящаяся на три. Следовательно, каждая из частей равенства должна быть кратна трем.

Докажем, что в правой части равенства не может быть цифр 8 и 9. Пусть это не так и, например, $M = 9$, тогда левая часть равенства должна делиться на 9, поэтому $\mathcal{E} * X = 3 \cdot 6 = 18$. В этом случае $O * P * O * \mathcal{Z} = 2$, что невозможно. Аналогично, если $M = 8$, то $\mathcal{E} * X = 2 \cdot 4$ или $\mathcal{E} * X = 4 \cdot 6$. Первый случай невозможен, поскольку $\mathcal{E} * X$ не делится на 3, а второй — так как тогда $O * P * O * \mathcal{Z} = 3$.

Допустим, что цифра 9 участвует в ребусе, тогда она находится в левой части рассматриваемого равенства. Следовательно, $\mathcal{E} * X = 9 \cdot 4$ или $\mathcal{E} * X = 9 \cdot 8$. В первом случае, множители правой части определяются однозначно: $\mathcal{E} * X = 9 \cdot 4 = 3 \cdot 6 \cdot 1^2 \cdot 2$. Равенство $\mathcal{E} + X = M + O + P + O + \mathcal{Z}$ выполняется: $9 + 4 = 3 + 6 + 1 + 1 + 2$.

Во втором случае возможны три варианта: $\mathfrak{E} * X = 9 \cdot 8 = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3^2$ или $\mathfrak{E} * X = 9 \cdot 8 = 1 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 2^2$ или $\mathfrak{E} * X = 9 \cdot 8 = 1^2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 4$. Но ни для одного из них равенство $\mathfrak{E} + X = M + O + P + O + \mathfrak{Z}$ не выполняется.

Осталось рассмотреть случай, когда в левой части равенства нет цифры 9 (и в ребусе она вообще не участвует). Тогда в левой части равенства обязательно есть цифра 8, и поэтому $\mathfrak{E} * X = 8 \cdot 3 = 24$ или $\mathfrak{E} * X = 8 \cdot 6$. В первом случае среди M, O, P и Z есть все цифры 1, 2, 4, 6, но $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 > 24$, то есть, этот случай невозможен. Во втором случае возможно такое равенство: $\mathfrak{E} * X = 8 \cdot 6 = 1 \cdot 3 \cdot 2^2 \cdot 4$, но $8 + 6 \neq 1 + 3 + 2 + 2 + 4$.

Таким образом, возможен только один случай: $\mathfrak{E} * X = 9 \cdot 4 = 36$, то есть $\mathfrak{E} * X + M * O * P * O * \mathfrak{Z} = 72$.

Д. Шноль

9. Ответ: $n = 7$.

Пусть n чётно. В этом случае левое нижнее поле имеет тот же цвет, что и правое верхнее, а правое нижнее — другой. После каждого хода конь оказывается на поле противоположного цвета. Поэтому любой путь из левого нижнего угла в правый верхний состоит из чётного количества ходов, а в правый нижний — из нечётного. Следовательно, их длины различны.

Пусть $n = 4k + 1$, где k — натуральное число. Тогда, делая ходы поочередно по полям двух нижних горизонталей, конь достигнет правого нижнего угла за $2k$ ходов.

Покажем, что путь до правого верхнего угла длиннее. Каждым ходом конь сдвигается по горизонтали и вертикали в сумме на 3 поля. Даже двигаясь все время вправо-вверх, он за $2k$ ходов сдвинется на $6k$ полей. А суммарное расстояние по горизонтали и по вертикали от левого нижнего угла до правого верхнего равно $2n - 2 = 8k$, что больше $6k$. Поэтому кратчайший путь до правого верхнего поля длиннее.

Пусть теперь $n = 4k - 1$, где k — натуральное число. Тогда до правого нижнего поля можно дойти за $2k$ ходов следующим образом: первым ходом пойти на одно поле вправо и на два вверх, вторым — на одно вправо и на два вниз, а затем, как и в предыдущем случае, ходить поочередно по полям двух нижних горизонталей. За меньшее число ходов дойти нельзя. Действительно, коню нужно сдвинуться на $n - 1 = 4k - 2$ клеток вправо, при этом каждым ходом он сдвигается максимум на две клетки вправо. То есть число ходов не меньше $2k - 1$. Но за $2k - 1$ ход конь окажется на поле чужого цвета, а в нашем случае правый нижний угол имеет тот же цвет, что и левый нижний, значит, нужно сделать ещё по крайней мере один ход, то есть число ходов не меньше $2k$.

Максимальный суммарный сдвиг вправо и вверх за $2k$ ходов по-прежнему равен $6k$. А суммарное расстояние по горизонтали и по вертикали от левого нижнего поля до правого верхнего равно $2n - 2 = 8k - 4$. При $k > 2$ это больше, чем $6k$. При $k = 1$ (то есть, при $n = 3$) нетрудно перебрать все варианты, и убедиться, что этот случай не подходит. А вот при $k = 2$ (то есть, при $n = 7$) оба кратчайших пути состоят из четырех ходов, и это также нетрудно проверить.

Фольклор

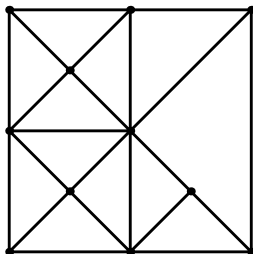
7 класс

1. Ответ: до начала занятий спортом Карлсон весил 14 килограмм 800 грамм.

Предположим, что перед первой пробежкой Карлсон весил x кг, тогда по условию задачи к концу третьего дня он весил $2x$ кг. После пробежки утром третьего дня он весил $\frac{3}{4} \cdot 2x = \frac{3}{2}x$ кг, а до пробежки — $\left(\frac{3}{2}x + 1\right)$ кг. Тогда утром второго дня он весил $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{2}x + 1\right) = \left(\frac{9}{8}x + \frac{3}{4}\right)$ кг после пробежки и $\left(\frac{9}{8}x + \frac{7}{4}\right)$ кг до пробежки. Следовательно, после первой пробежки Карлсон весил $\left(\frac{27}{32}x + \frac{21}{16}\right)$ кг, то есть, до нее $\left(\frac{27}{32}x + \frac{37}{16}\right)$ кг. Таким образом, мы получили уравнение: $\frac{27}{32}x + \frac{37}{16} = x$. Решая его, находим, что $x = 14\frac{4}{5}$, следовательно, до начала занятий спортом Карлсон весил 14 килограмм 800 грамм.

Фольклор

2. Ответ: да, могут. Например, см. рисунок.



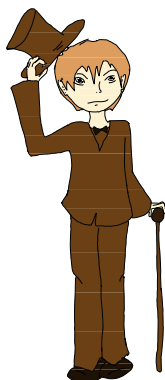
Д. Шноль, А. Хачатурян



3. Ответ: да, Буратино прав.

Докажем, что существуют девятизначные числа, обладающие следующим свойством: какие бы шесть цифр этого числа мы ни вычеркнули, оставшееся трехзначное число простым не будет. Действительно, пять четных цифр надо вычеркнуть обязательно, поскольку они могут оказаться в конце. По той же причине нужно вычеркнуть цифру 5. Останется трехзначное число, состоящее из цифр 1, 3 и 9. Но число 319 — составное, так как $319 = 29 \cdot 11$. Приведем один из возможных примеров: 319562480.

А. Блинов



4. Ответ: в шляпах пришли в клуб десять джентльменов.

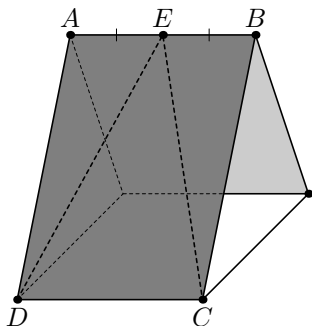
Поскольку десять джентльменов отдавали шляпу большее количество раз, чем ее получали, то каждый из них пришел в шляпе, а ушел — без нее. Также заметим, что для того, чтобы уйти без шляпы, каждому из них нужно было ее отдать кому-то, не имевшему шляпы, то есть, в конце вечера десять джентльменов были в шляпах, и десять — без шляп.

Ю. Лифшиц

5. Ответ: на обе крыши понадобится одинаковое количество жести.

Рассмотрим один скат двускатной крыши (см. рисунок). Обозначим его вершины буквами A , B , C и D . Заметим, что $ABCD$ — прямоугольник. Пусть E — середина AB , тогда E — вершина четырехскатной крыши.

«Отрежем» от ската двускатной крыши прямоугольные треугольники AED и BEC . Из них можно составить треугольник, равный треугольнику CDE и равный одному скату четырехскатной крыши.



Таким образом мы «перекроили» один скат двускатной крыши в два ската четырехскатной без потери и добавления жести, следовательно, на обе крыши понадобится одинаковое количество жести.

Д. Шноль

6. Ответ: цена толстой газеты для пенсионеров 18 рублей, а тонкая газета без скидки стоит 25 рублей.

Первый способ. Пусть толстая газета для пенсионеров стоит x рублей. Тогда ее цена составляет $\frac{x}{30} \cdot 100\%$ от полной стоимости газеты. Пусть тонкая газета без скидки стоит y рублей. Тогда ее цена для пенсионеров составляет $\frac{15}{y} \cdot 100\%$ от полной стоимости. По условию скидка для пенсионеров на все газеты одинакова, поэтому $\frac{x}{30} = \frac{15}{y}$. Таким образом, $xy = 450$. Так как x и y — целые числа, большие пятнадцати и меньше тридцати, а $450 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$, то условию задачи удовлетворяют только $x = 25$, $y = 18$.

Второй способ. Пусть размер скидки для пенсионеров оставляет $a\%$. Поскольку цена каждой газеты — целое число рублей, то и величина скидки на толстую газету также выражается целым числом рублей, то есть 30а делится на 100. Следовательно, a делится на 10.

Заметим также, что скидка должна быть меньше, чем 50%, поскольку иначе тонкий выпуск стоил бы не дешевле толстого. Следовательно, a может быть равно 10, 20, 30 или 40.

С другой стороны, поскольку после скидки тонкий номер стал стоить 15 рублей, то до скидки он стоил $15 : \left(1 - \frac{a}{100}\right) = \frac{15 \cdot 100}{100 - a}$ рублей. Следовательно, $15 \cdot 100$ делится на $100 - a$.

Перебором находим, что этому условию удовлетворяет только $a = 40$. Следовательно, толстая газета для пенсионеров стоит 18 рублей, а тонкая газета без скидки — 25 рублей.

А. Блинов

7. Ответ: да, может.

Покажем, как это можно сделать. Сначала упорядочим монеты по массе. Девять самых легких монет расположим произвольным образом в верхнем слое, девять средних монет — в среднем слое, девять самых тяжелых — в нижнем. Заметим, что любая монета легче монеты, находящейся под ней. Таким образом, нам осталось упорядочить монеты по двум параметрам в каждом слое.



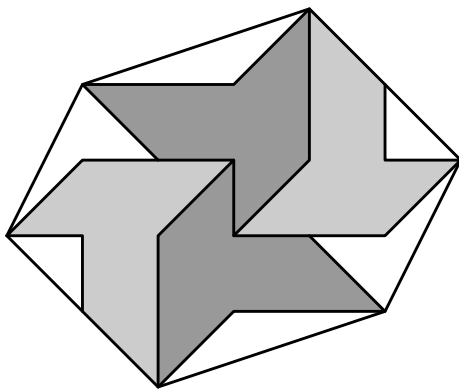
Рассмотрим произвольный слой и девять находящихся там монет. Упорядочим их по размеру. После этого три самые маленькие монеты положим в левый ряд слоя (произвольным образом), три монеты среднего размера — в средний ряд, три самые большие монеты — в правый ряд. Поступим так с каждым слоем. Теперь любая монета меньше монеты, находящейся справа от нее и легче монеты, находящейся под ней.

Рассмотрим произвольный слой и произвольный ряд в этом слое. Упорядочим три находящиеся там монеты по возрасту и положим их так, чтобы самая новая находилась ближе всех к нам, а самая древняя — дальше всех. Поступим так с каждым рядом каждого слоя.

Заметим, что теперь все монеты лежат так, как это требуется в условии.

И. Раскина

8. Ответ: см. рисунок.



В. Красноухов

9. Пусть в турнире участвовали n мастеров и k гроссмейстеров. Поскольку каждый мастер набрал половину своих очков в матчах с мастерами, то количество очков, набранных всеми мастерами в матчах между собой, равно количеству очков, набранных мастерами в матчах с гроссмейстерами. Обозначив последнее через МГ, получим, что $\frac{n(n-1)}{2} = \text{МГ}$.

Аналогично, количество очков, набранных всеми гроссмейстерами в матчах между собой, равно количеству очков, набранных гроссмейстерами в матчах с мастерами. То есть $\frac{k(k-1)}{2} = \text{ГМ}$.

Сумма очков, набранных мастерами в матчах с гроссмейстерами, и очков, набранных гроссмейстерами в матчах с мастерами, равна количеству матчей между гроссмейстерами и мастерами, то есть nk .

Таким образом, $\frac{k(k-1)}{2} + \frac{n(n-1)}{2} = nk$. Тогда $k^2 - k + n^2 - n = 2nk$, откуда $k^2 - 2nk + n^2 = n + k$, то есть $n + k = (k - n)^2$. Следовательно, общее количество участников турнира является квадратом целого числа.

Фольклор

Математические кружки Малого мехмата

Малый мехмат (математический кружок при мехмате МГУ) приглашает школьников 6-11 классов. Занятия бесплатные, принимаются все желающие. Справки по тел. 939-39-43. Подробную информацию можно посмотреть на сайте

<http://mmmf.math.msu.ru/>

Филиал Малого мехмата в Центре Образования №218

В центре образования №218 продолжает работу Филиал Малого мехмата — математические кружки для школьников 5, 6 и 7 классов. Присоединиться к работе кружка можно на любом занятии. Занятия бесплатные. Приглашаются все желающие. Адрес ЦО №218: Дмитровское шоссе, дом 5а (ст.м. «Дмитровская», «Тимирязевская»), телефон 976-19-85. Расписание занятий можно посмотреть на сайте:

<http://www.school218.ru>

Математические кружки для учащихся 4–8 классов в Московском центре непрерывного математического образования

Адрес: Бол. Власьевский пер., 11. Проезд до ст. м. «Смоленская» или «Кропоткинская», далее пешком. Справки по тел. 241-05-00. Расписание занятий можно посмотреть на сайте:

<http://www.mccme.ru/circles/mccme/>

Вечерняя математическая школа для учащихся 6–7 классов

Вечерняя математическая школа гимназии 1543 на Юго-западе приглашает школьников 6–7 классов, интересующихся математикой. Присоединиться к работе школы можно на любом занятии, предварительной записи не требуется. Занятия бесплатные. Желательно иметь сменную обувь. Справки по тел. 433-16-44. Подробную информацию можно посмотреть на сайте:

<http://www.mccme.ru/s43/math/vmsh/>

Летняя компьютерная школа

Приглашаем школьников 6–8 класса на математическое отделение Летней компьютерной школы. Подробную информацию смотрите на сайте

<http://lksh.ru>

Набор на 2008/09 учебный год:

Центр Образования №218:

6, 7 классы: разноуровневое обучение – матем. и рус. яз.; **8** классы: индив. уч. планы с возм. угл. и расшир. изучения матем., физики, инф-ки, рус. и ин. языков, лит-ры, истории, биологии; добор в **9** и **10** классы (+ углубл. химия), широкий выбор спецкурсов. Запись на собеседование по телефону 976-19-85. Подробную информацию можно посмотреть на сайте:

<http://www.school218.ru>

Гимназия №1514:

5; добор в **8, 9, 10** матем.; **8, 9, 10** гум.; набор в **9** культурологический. Подробную информацию можно получить по телефону 131-80-38 или на сайте:

<http://www.1514.ru>

Московская гимназия на Юго-Западе №1543:

5; **8** матем.; **8** физ.-хим.; **8** биол.; **8** гум. Подробную информацию можно получить по телефонам 434-26-58, 433-16-44, 434-26-44 или на сайте:

<http://www.1543.ru>