

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс I тур**

**6.1. Крокодилы – бегемоты.** В водоёмах некоторой страны водятся крокодилы и бегемоты. В 20% водоёмов с крокодилами есть и бегемоты, в 25% водоёмов с бегемотами есть и крокодилы. 20% водоёмов свободны от животных. Какой процент водоёмов страны составляют те, в которых есть и крокодилы, и бегемоты?

**6.2. Наименьший квадрат.** Клетчатый квадрат разбит по клеткам на несколько прямоугольников. Не все прямоугольники равны друг другу, но все имеют равный периметр. Найдите наименьший возможный размер квадрата.

**6.3. Числа в таблице.** Дана таблица размером  $100 \times 100$  клеток. Петя выбирает строку и в каждую из её клеток ставит число 1. Затем Вася выбирает столбец и в каждую его свободную клетку ставит число  $-1$ . Затем Петя выбирает другую строку и в каждую её свободную клетку ставит 1. И так далее, пока в таблице есть свободные клетки. Чему равна сумма чисел в таблице, заполненной таким образом?

---

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс I тур**

**6.1. Крокодилы – бегемоты.** В водоёмах некоторой страны водятся крокодилы и бегемоты. В 20% водоёмов с крокодилами есть и бегемоты, в 25% водоёмов с бегемотами есть и крокодилы. 20% водоёмов свободны от животных. Какой процент водоёмов страны составляют те, в которых есть и крокодилы, и бегемоты?

**6.2. Наименьший квадрат.** Клетчатый квадрат разбит по клеткам на несколько прямоугольников. Не все прямоугольники равны друг другу, но все имеют равный периметр. Найдите наименьший возможный размер квадрата.

**6.3. Числа в таблице.** Дана таблица размером  $100 \times 100$  клеток. Петя выбирает строку и в каждую из её клеток ставит число 1. Затем Вася выбирает столбец и в каждую его свободную клетку ставит число  $-1$ . Затем Петя выбирает другую строку и в каждую её свободную клетку ставит 1. И так далее, пока в таблице есть свободные клетки. Чему равна сумма чисел в таблице, заполненной таким образом?

---

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс I тур**

**6.1. Крокодилы – бегемоты.** В водоёмах некоторой страны водятся крокодилы и бегемоты. В 20% водоёмов с крокодилами есть и бегемоты, в 25% водоёмов с бегемотами есть и крокодилы. 20% водоёмов свободны от животных. Какой процент водоёмов страны составляют те, в которых есть и крокодилы, и бегемоты?

**6.2. Наименьший квадрат.** Клетчатый квадрат разбит по клеткам на несколько прямоугольников. Не все прямоугольники равны друг другу, но все имеют равный периметр. Найдите наименьший возможный размер квадрата.

**6.3. Числа в таблице.** Дана таблица размером  $100 \times 100$  клеток. Петя выбирает строку и в каждую из её клеток ставит число 1. Затем Вася выбирает столбец и в каждую его свободную клетку ставит число  $-1$ . Затем Петя выбирает другую строку и в каждую её свободную клетку ставит 1. И так далее, пока в таблице есть свободные клетки. Чему равна сумма чисел в таблице, заполненной таким образом?

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс II тур**

**6.4. Получить 2022.** На доске записаны числа 1 2 3 4 5 6 7 8 9. Поставьте между некоторыми из них знаки «+» и «–» так, чтобы значение получившегося выражения было равно 2022, используя наименьшее количество минусов.

**6.5. Разрезание.** Можно ли какой-нибудь клетчатый квадрат разрезать на трёхклеточные уголки и вертикальные доминошки так, чтобы фигурок каждого вида было поровну?

**6.6. Дорожка.** Дорожка в саду выложена в два ряда несколькими прямоугольными плитками. Ширина всех плиток одинаковая, а длина может различаться. Требуется раскрасить эти плитки так, чтобы плитки одного цвета не имели общих отрезков границы. Какого наименьшего числа цветов для этого хватит?

---

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс II тур**

**6.4. Получить 2022.** На доске записаны числа 1 2 3 4 5 6 7 8 9. Поставьте между некоторыми из них знаки «+» и «–» так, чтобы значение получившегося выражения было равно 2022, используя наименьшее количество минусов.

**6.5. Разрезание.** Можно ли какой-нибудь клетчатый квадрат разрезать на трёхклеточные уголки и вертикальные доминошки так, чтобы фигурок каждого вида было поровну?

**6.6. Дорожка.** Дорожка в саду выложена в два ряда несколькими прямоугольными плитками. Ширина всех плиток одинаковая, а длина может различаться. Требуется раскрасить эти плитки так, чтобы плитки одного цвета не имели общих отрезков границы. Какого наименьшего числа цветов для этого хватит?

---

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс II тур**

**6.4. Получить 2022.** На доске записаны числа 1 2 3 4 5 6 7 8 9. Поставьте между некоторыми из них знаки «+» и «–» так, чтобы значение получившегося выражения было равно 2022, используя наименьшее количество минусов.

**6.5. Разрезание.** Можно ли какой-нибудь клетчатый квадрат разрезать на трёхклеточные уголки и вертикальные доминошки так, чтобы фигурок каждого вида было поровну?

**6.6. Дорожка.** Дорожка в саду выложена в два ряда несколькими прямоугольными плитками. Ширина всех плиток одинаковая, а длина может различаться. Требуется раскрасить эти плитки так, чтобы плитки одного цвета не имели общих отрезков границы. Какого наименьшего числа цветов для этого хватит?

---

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс III тур**

**6.7. Поворот дробей.** Для натуральных чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , среди которых нет одинаковых, выполняется равенство  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{b}{d} - \frac{a}{c}$ . Докажите, что произведение чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  является квадратом целого числа.

**6.8.** Имеется два набора полосок, в каждом из которых есть по одной полоске с размерами  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ , ...,  $1 \times 10$ . В первом наборе все полоски красные, а во втором – синие. Требуется, используя некоторые из этих полосок, сложить квадрат размером  $10 \times 10$  так, что все красные полоски горизонтальные, а все синие – вертикальные. Сколькими способами это можно сделать?

**6.9. Царь и придворный ювелир.** У царя есть 12 различных украшений из чистого золота. Царь и ювелир знают, что украшения весят 28, 29, 30, ..., 39 граммов, но только ювелир помнит, какое украшение сколько весит. Царь не доверяет ювелиру и считает, что тот всё напутал. Сможет ли ювелир за два взвешивания на чашечных весах без гирь доказать царю, что выбранное им украшение действительно весит 39 граммов?

---

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс III тур**

**6.7. Поворот дробей.** Для натуральных чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , среди которых нет одинаковых, выполняется равенство  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{b}{d} - \frac{a}{c}$ . Докажите, что произведение чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  является квадратом целого числа.

**6.8.** Имеется два набора полосок, в каждом из которых есть по одной полоске с размерами  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ , ...,  $1 \times 10$ . В первом наборе все полоски красные, а во втором – синие. Требуется, используя некоторые из этих полосок, сложить квадрат размером  $10 \times 10$  так, что все красные полоски горизонтальные, а все синие – вертикальные. Сколькими способами это можно сделать?

**6.9. Царь и придворный ювелир.** У царя есть 12 различных украшений из чистого золота. Царь и ювелир знают, что украшения весят 28, 29, 30, ..., 39 граммов, но только ювелир помнит, какое украшение сколько весит. Царь не доверяет ювелиру и считает, что тот всё напутал. Сможет ли ювелир за два взвешивания на чашечных весах без гирь доказать царю, что выбранное им украшение действительно весит 39 граммов?

---

**ХІХ Устная математическая олимпиада для 6 – 7 классов**

**27.03.2022**

**6 класс III тур**

**6.7. Поворот дробей.** Для натуральных чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$ , среди которых нет одинаковых, выполняется равенство  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{b}{d} - \frac{a}{c}$ . Докажите, что произведение чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  является квадратом целого числа.

**6.8.** Имеется два набора полосок, в каждом из которых есть по одной полоске с размерами  $1 \times 1$ ,  $1 \times 2$ , ...,  $1 \times 10$ . В первом наборе все полоски красные, а во втором – синие. Требуется, используя некоторые из этих полосок, сложить квадрат размером  $10 \times 10$  так, что все красные полоски горизонтальные, а все синие – вертикальные. Сколькими способами это можно сделать?

**6.9. Царь и придворный ювелир.** У царя есть 12 различных украшений из чистого золота. Царь и ювелир знают, что украшения весят 28, 29, 30, ..., 39 граммов, но только ювелир помнит, какое украшение сколько весит. Царь не доверяет ювелиру и считает, что тот всё напутал. Сможет ли ювелир за два взвешивания на чашечных весах без гирь доказать царю, что выбранное им украшение действительно весит 39 граммов?