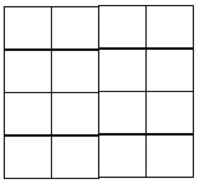
XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов

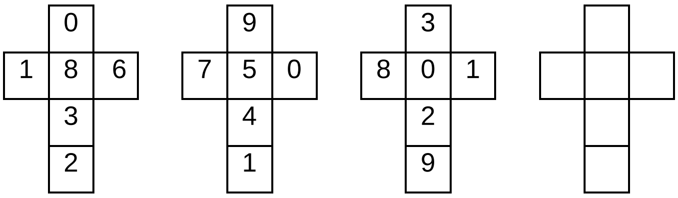
06.04.2025 6 класс I тур

1. Кофе. В течение марта Вася выпил 12 стаканчиков кофе в разных кафе, кофейнях, магазинах и на автозаправках. Объёмы всех стаканов одинаковые. Через некоторое время он подсчитал, что в среднем выпил 84 г кофе на каждые 100 р, потраченные на кофе. По случаю дня рождения Васи владелец ближайшей кофейни налил ему три стакана кофе бесплатно. Вася тут же пересчитал среднюю массу выпитого кофе в расчете на 100 р. Сколько теперь граммов у него вышло?



2. Праздничный торт. Маша испекла на праздник торт, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, в основании которого –квадрат размером 4×4 (см. рисунок). Верх и четыре боковые грани торта покрыты тонким слоем шоколадной глазури постоянной толщины. Легко разрезать торт на четыре одинаковые части так, что и глазури в каждом из кусков будет поровну. А можно ли по линиям сетки разрезать торт на четыре части равного объёма так, чтобы все куски имели *разное* количество глазури?

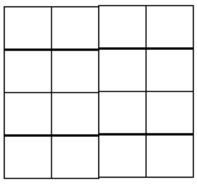
3. Календарные кубики. У Жени есть четыре «календарных» кубика, с помощью которых можно выложить любую дату в формате ЧЧММ. Например, 6 апреля – это 0604. Как устроены три кубика – показано на трёх развёртках (см. рисунок). Какие цифры написаны на четвёртом кубике? *Цифры 6 и 9 взаимозаменяемы, так как получаются друг из друга поворотом.*



XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов

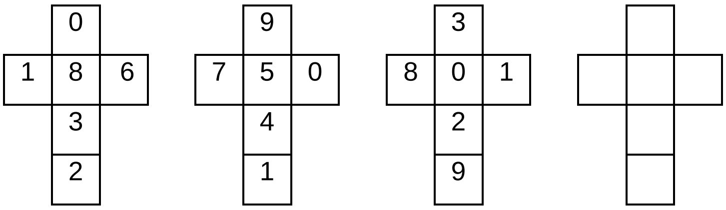
06.04.2025 6 класс I тур

1. Кофе. В течение марта Вася выпил 12 стаканчиков кофе в разных кафе, кофейнях, магазинах и на автозаправках. Объёмы всех стаканов одинаковые. Через некоторое время он подсчитал, что в среднем выпил 84 г кофе на каждые 100 р, потраченные на кофе. По случаю дня рождения Васи владелец ближайшей кофейни налил ему три стакана кофе бесплатно. Вася тут же пересчитал среднюю массу выпитого кофе в расчете на 100 р. Сколько теперь граммов у него вышло?



2. Праздничный торт. Маша испекла на праздник торт, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, в основании которого –квадрат размером 4×4 (см. рисунок). Верх и четыре боковые грани торта покрыты тонким слоем шоколадной глазури постоянной толщины. Легко разрезать торт на четыре одинаковые части так, что и глазури в каждом из кусков будет поровну. А можно ли по линиям сетки разрезать торт на четыре части равного объёма так, чтобы все куски имели *разное* количество глазури?

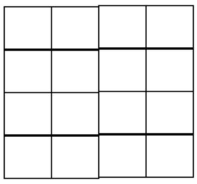
3. Календарные кубики. У Жени есть четыре «календарных» кубика, с помощью которых можно выложить любую дату в формате ЧЧММ. Например, 6 апреля – это 0604. Как устроены три кубика – показано на трёх развёртках (см. рисунок). Какие цифры написаны на четвёртом кубике? *Цифры 6 и 9 взаимозаменяемы, так как получаются друг из друга поворотом.*



XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов

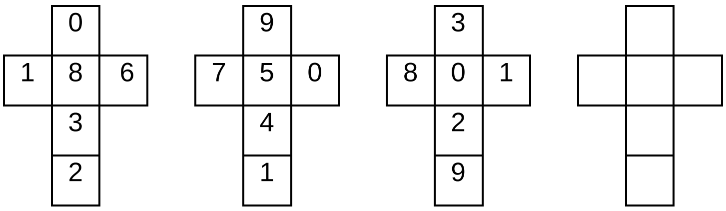
06.04.2025 6 класс I тур

1. Кофе. В течение марта Вася выпил 12 стаканчиков кофе в разных кафе, кофейнях, магазинах и на автозаправках. Объёмы всех стаканов одинаковые. Через некоторое время он подсчитал, что в среднем выпил 84 г кофе на каждые 100 р, потраченные на кофе. По случаю дня рождения Васи владелец ближайшей кофейни налил ему три стакана кофе бесплатно. Вася тут же пересчитал среднюю массу выпитого кофе в расчете на 100 р. Сколько теперь граммов у него вышло?



2. Праздничный торт. Маша испекла на праздник торт, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, в основании которого –квадрат размером 4×4 (см. рисунок). Верх и четыре боковые грани торта покрыты тонким слоем шоколадной глазури постоянной толщины. Легко разрезать торт на четыре одинаковые части так, что и глазури в каждом из кусков будет поровну. А можно ли по линиям сетки разрезать торт на четыре части равного объёма так, чтобы все куски имели *разное* количество глазури?

3. Календарные кубики. У Жени есть четыре «календарных» кубика, с помощью которых можно выложить любую дату в формате ЧЧММ. Например, 6 апреля – это 0604. Как устроены три кубика – показано на трёх развёртках (см. рисунок). Какие цифры написаны на четвёртом кубике? *Цифры 6 и 9 взаимозаменяемы, так как получаются друг из друга поворотом.*



XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов
06.04.2025 6 класс II тур

4. Джентльмены. Два джентльмена прогуливаются по бульвару. Каждый джентльмен идёт со своей постоянной скоростью и, дойдя до конца бульвара, мгновенно разворачивается и идёт обратно. Джентльмены начали прогулку одновременно из противоположных концов бульвара и встретились в первый раз в 50 метрах от его середины, а во второй – в 2,5 раза ближе к одному из концов, чем к другому. Найдите длину бульвара.

5. Куб. Бумажный квадрат разрезали на два равных прямоугольника и оклеили ими кирпич так, что каждая грань кирпича целиком покрыта ровно одним прямоугольником. Докажите, что из двух таких кирпичей можно сложить куб.

6. Футболки. По кругу, повернувшись лицом к его центру, стоят 15 человек в футболках трёх цветов: пятеро – в белых, пятеро – в серых и пятеро – в чёрных. Каждый из них сказал: «Моя футболка темнее футболки моего соседа справа». Оказалось, что все, кроме Вани, солгали. Сколько человек солгали бы, если бы вместо этого каждый сказал: «Моя футболка светлее футболки моего соседа справа»?

Все футболки одного цвета друг от друга не отличаются.

XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов
06.04.2025 6 класс II тур

4. Джентльмены. Два джентльмена прогуливаются по бульвару. Каждый джентльмен идёт со своей постоянной скоростью и, дойдя до конца бульвара, мгновенно разворачивается и идёт обратно. Джентльмены начали прогулку одновременно из противоположных концов бульвара и встретились в первый раз в 50 метрах от его середины, а во второй – в 2,5 раза ближе к одному из концов, чем к другому. Найдите длину бульвара.

5. Куб. Бумажный квадрат разрезали на два равных прямоугольника и оклеили ими кирпич так, что каждая грань кирпича целиком покрыта ровно одним прямоугольником. Докажите, что из двух таких кирпичей можно сложить куб.

6. Футболки. По кругу, повернувшись лицом к его центру, стоят 15 человек в футболках трёх цветов: пятеро – в белых, пятеро – в серых и пятеро – в чёрных. Каждый из них сказал: «Моя футболка темнее футболки моего соседа справа». Оказалось, что все, кроме Вани, солгали. Сколько человек солгали бы, если бы вместо этого каждый сказал: «Моя футболка светлее футболки моего соседа справа»?

Все футболки одного цвета друг от друга не отличаются.

XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов
06.04.2025 6 класс II тур

4. Джентльмены. Два джентльмена прогуливаются по бульвару. Каждый джентльмен идёт со своей постоянной скоростью и, дойдя до конца бульвара, мгновенно разворачивается и идёт обратно. Джентльмены начали прогулку одновременно из противоположных концов бульвара и встретились в первый раз в 50 метрах от его середины, а во второй – в 2,5 раза ближе к одному из концов, чем к другому. Найдите длину бульвара.

5. Куб. Бумажный квадрат разрезали на два равных прямоугольника и оклеили ими кирпич так, что каждая грань кирпича целиком покрыта ровно одним прямоугольником. Докажите, что из двух таких кирпичей можно сложить куб.

6. Футболки. По кругу, повернувшись лицом к его центру, стоят 15 человек в футболках трёх цветов: пятеро – в белых, пятеро – в серых и пятеро – в чёрных. Каждый из них сказал: «Моя футболка темнее футболки моего соседа справа». Оказалось, что все, кроме Вани, солгали. Сколько человек солгали бы, если бы вместо этого каждый сказал: «Моя футболка светлее футболки моего соседа справа»?

Все футболки одного цвета друг от друга не отличаются.

XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов
06.04.2025 6 класс II тур

4. Джентльмены. Два джентльмена прогуливаются по бульвару. Каждый джентльмен идёт со своей постоянной скоростью и, дойдя до конца бульвара, мгновенно разворачивается и идёт обратно. Джентльмены начали прогулку одновременно из противоположных концов бульвара и встретились в первый раз в 50 метрах от его середины, а во второй – в 2,5 раза ближе к одному из концов, чем к другому. Найдите длину бульвара.

5. Куб. Бумажный квадрат разрезали на два равных прямоугольника и оклеили ими кирпич так, что каждая грань кирпича целиком покрыта ровно одним прямоугольником. Докажите, что из двух таких кирпичей можно сложить куб.

6. Футболки. По кругу, повернувшись лицом к его центру, стоят 15 человек в футболках трёх цветов: пятеро – в белых, пятеро – в серых и пятеро – в чёрных. Каждый из них сказал: «Моя футболка темнее футболки моего соседа справа». Оказалось, что все, кроме Вани, солгали. Сколько человек солгали бы, если бы вместо этого каждый сказал: «Моя футболка светлее футболки моего соседа справа»?

Все футболки одного цвета друг от друга не отличаются.

XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов
06.04.2025 6 класс III тур

7. Мыши в клетках. Подопытные мыши были разделены на две равные по количеству группы. Одну группу рассадили поровну в большие клетки, а другую – поровну в маленькие. Маленьких клеток было 15. К концу эксперимента все мыши из некоторых пяти клеток сбежали. И это была ровно одна пятая всех мышей, участвовавших в эксперименте. Сколько к концу эксперимента осталось больших клеток, в которых ещё сидят мыши?

8. Уголки. Из квадрата размером 7×7 вырезали одну клетку. Оставшуюся фигуру можно заполнить различными уголками единственным образом. Как могла располагаться вырезанная клетка?

Уголок – это клетчатая фигура, полученная вырезанием из квадрата размером $n\times n$ квадрата размером $(n-1)\times(n-1)$.

9. Разноцветная доска. Клетки доски размером 100×100 раскрашены в 2025 цветов. Оказалось, что для каждого цвета на доску можно поставить ладью, которая бьёт все клетки этого цвета (ладья бьёт и клетку, на которой стоит). Докажите, что в каком-то ряду (горизонтальном или вертикальном) присутствуют клетки больше, чем 60 цветов.

XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов
06.04.2025 6 класс III тур

7. Мыши в клетках. Подопытные мыши были разделены на две равные по количеству группы. Одну группу рассадили поровну в большие клетки, а другую – поровну в маленькие. Маленьких клеток было 15. К концу эксперимента все мыши из некоторых пяти клеток сбежали. И это была ровно одна пятая всех мышей, участвовавших в эксперименте. Сколько к концу эксперимента осталось больших клеток, в которых ещё сидят мыши?

8. Уголки. Из квадрата размером 7×7 вырезали одну клетку. Оставшуюся фигуру можно заполнить различными уголками единственным образом. Как могла располагаться вырезанная клетка?

Уголок – это клетчатая фигура, полученная вырезанием из квадрата размером $n\times n$ квадрата размером $(n-1)\times(n-1)$.

9. Разноцветная доска. Клетки доски размером 100×100 раскрашены в 2025 цветов. Оказалось, что для каждого цвета на доску можно поставить ладью, которая бьёт все клетки этого цвета (ладья бьёт и клетку, на которой стоит). Докажите, что в каком-то ряду (горизонтальном или вертикальном) присутствуют клетки больше, чем 60 цветов.

XXII устная городская математическая олимпиада для 6-7 классов
06.04.2025 6 класс III тур

7. Мыши в клетках. Подопытные мыши были разделены на две равные по количеству группы. Одну группу рассадили поровну в большие клетки, а другую – поровну в маленькие. Маленьких клеток было 15. К концу эксперимента все мыши из некоторых пяти клеток сбежали. И это была ровно одна пятая всех мышей, участвовавших в эксперименте. Сколько к концу эксперимента осталось больших клеток, в которых ещё сидят мыши?

8. Уголки. Из квадрата размером 7×7 вырезали одну клетку. Оставшуюся фигуру можно заполнить различными уголками единственным образом. Как могла располагаться вырезанная клетка?

Уголок – это клетчатая фигура, полученная вырезанием из квадрата размером $n\times n$ квадрата размером $(n-1)\times(n-1)$.

9. Разноцветная доска. Клетки доски размером 100×100 раскрашены в 2025 цветов. Оказалось, что для каждого цвета на доску можно поставить ладью, которая бьёт все клетки этого цвета (ладья бьёт и клетку, на которой стоит). Докажите, что в каком-то ряду (горизонтальном или вертикальном) присутствуют клетки больше, чем 60 цветов.