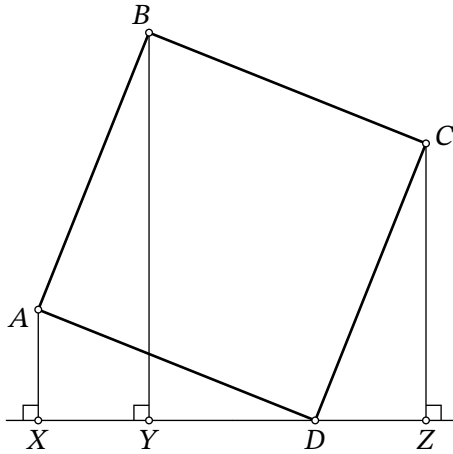


## 9 класс (ответы)

**Задача 9.1.** У Пети дома есть много ручек: синих и красных. Собираясь в школу, он положил в пенал 20% имеющихся ручек. Среди положенных ручек ровно 25% оказались красными. Подумав, Петя решил положить в пенал ещё 4 синих ручки. После этого доля красных ручек в пенале составила 20%. Сколько всего ручек дома у Пети? (Ручки в пенале тоже учитываются.)

*Ответ:* 80.

**Задача 9.2.** Через вершину  $D$  квадрата  $ABCD$  проведена прямая  $\ell$ , и на неё опущены высоты  $AH$ ,  $BY$ ,  $CZ$ , как показано на рисунке. Известно, что площадь квадрата  $ABCD$  равна 169, а длина отрезка  $AH$  равна 5.



(а) (2 балла) Найдите длину отрезка  $CZ$ .

(б) (2 балла) Найдите длину отрезка  $BY$ .

*Ответ:* (а) 12. (б) 17.

**Задача 9.3.** По кругу лежали  $n$  шариков, где  $6 \leq n \leq 100$ . Их перемешали и снова выложили по кругу так, что между каждыми двумя шариками, которые до этого были соседями, теперь лежат ровно 2 шарика. Сколько различных значений могло принимать  $n$ ?

*Ответ:* 63.

**Задача 9.4.** В выражении  $(a + 2b)(b + 2c)(c + 2d)(d + 2e)(e + 2f)(f + 2a)$  раскрыли скобки и привели подобные слагаемые.

(а) (2 балла) Найдите коэффициент при  $abcdef$ .

(б) (2 балла) Найдите сумму всех получившихся коэффициентов.

Ответ: (а) 65. (б) 729.

**Задача 9.5.** Дан выпуклый четырёхугольник  $ABCD$ , в котором  $AB = BD$ . На отрезке  $BD$  выбрали точку  $K$  так, что  $AD \parallel KC$ . Описанная окружность треугольника  $KDC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . Известно, что  $\angle ABD = 48^\circ$  и  $\angle CBD = 13^\circ$ . Сколько градусов составляет угол  $BAL$ ?

Ответ: 53.

**Задача 9.6.** В очереди в буфет стоят 30 человек, у каждого из них есть целое неотрицательное число рублей — суммарно у всех ровно  $N$  рублей. Все они по порядку пронумерованы числами от 1 до 30 (т. е. человек №1 находится в начале очереди, а человек №30 — в конце).

Каждый человек в очереди знает, сколько денег у каждого из остальных. Человек №1 сказал: «У меня есть 10 рублей», а все остальные сказали: «У меня на 10 рублей больше, чем у человека передо мной». Оказалось, что ровно один из стоящих в очереди соврал.

(а) (2 балла) Какое наименьшее значение может принимать  $N$ ?

(б) (2 балла) В случае наименьшего возможного значения  $N$  какой номер мог иметь совравший человек? Укажите все возможные варианты.

Ответ: (а) 2250. (б) 15, 16.

**Задача 9.7.** В компьютер ввели число 1. За одну операцию число в компьютере можно либо увеличить на 7, либо поделить на 2, если оно чётное (например, из числа 60 можно получить 30 или 67). При этом запрещается получать числа, большие 400.

Число назовём *классным*, если его можно получить в результате некоторой последовательности разрешённых операций. Сколько существует классных чисел?

Ответ: 172.

**Задача 9.8.** Назовём *полоской* клетчатый прямоугольник, длина одной из сторон которого равна 1 (в частности, квадрат  $1 \times 1$  тоже является полоской).

Назовём натуральное число  $k$  *хорошим*, если клетчатый прямоугольник  $43 \times k$  можно разрезать по линиям сетки на попарно различные полоски. Сколько существует хороших чисел, не превосходящих 100?

Ответ: 38.